试卷代号:1002 **座位号□□**

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期"开放本科"期末考试

计算机专业计算机数学基础(1)试题

2002年1月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. 设个体域为整数,下列公式中是真命题的为(　　)

A. $\forall x \exists y(x \cdot y = 1)$　　B. $\forall x \forall y(x \cdot y = y)$

C. $\forall x \exists y(x \cdot y = 0)$　　D. $\exists x \forall y(x + y = 2y)$

2. 设集合 $A = \{\varnothing, \{1\}, \{1, 2\}\}$,则既是 A 的元素又是 A 的子集的是(　　)

A. $\{1\}$　　B. $\varnothing$

C. $\{\varnothing\}$　　D. $\{1, 2\}$

3. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, R 是 A 上的二元关系,其关系矩阵为

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ 则 R 的关系表达式是(　　)

A. $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle\}$

B. $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle\}$

C. $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 4, 1\rangle, \langle 4, 3\rangle, \langle 1, 4\rangle\}$

D. $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle, \langle 4, 3\rangle\}$

4. 设无向图 $G = (V,E)$, $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$,令 $x_k = \deg(v_k)$, $k = 1, 2, \cdots, n$。$\{x_k\}$ 称为 G 的度数序列。下列序列中,不能构成无向图的度数序列的是(　　)

A. (1, 1, 1, 2, 3)

B. (1, 2, 3, 4, 5)

C. (2, 2, 2, 2, 2)

D. (1, 3, 3, 3)

5. 设 $A = Q \times Q$,其中 Q 是有理数集,定义 A 上的二元运算 $*$ 为:$\forall (a, b), (x, y) \in A$, $(a, b) * (x, y) = (ax, ay + b)$,则 $(1, 2) * (3, 4) =$ (　　)

A. (3, 10)　　B. (−5, 1)

C. (6, 8)　　D. (3, 6)

得　分	评卷人

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 设个体域 $\{1, 2\}$,谓词 $P(1) = 1, Q(2) = 1$,则 $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ 的真值是________。

7. 设集合 $A = \{\{a, b\}, c\}$, $B = \{c, d\}$,那么 $A - B =$ ________。

8. 所有 $|V| \geq 3$ 的________图为哈密顿图。

9. 设非空集合 A,那么幂集合 $P(A)$ 的关于二元运算 $\cap$ 的单位元是________。

10. 有16条边,每个顶点都是2度顶点的无向图有________个顶点。

得　分	评卷人

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

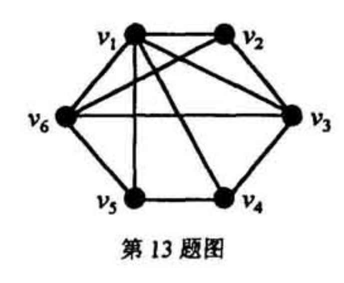
11. 判断命题公式 $\neg(Q \to P) \wedge P$ 的类型(重言式、矛盾式或可满足式),说明理由。

12. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, R 是 A 上的二元关系,定义为

$R = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 1, 5\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 2, 5\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 3, 5\rangle, \langle 4, 4\rangle, \langle 4, 5\rangle, \langle 5, 5\rangle\}$

试判断 R 是否为自反关系、对称关系和传递关系,并说明理由。

13. 判断图 G(如第13题图所示)是否为平面图,如果是,请画出图 G 的平面嵌入图。



第13题图

得　分	评卷人

四、计算题(每小题8分,共32分)

14. 求命题公式 $(\neg(P \to Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$ 的主析取范式。

15. 设解释 I 为:个体域 $D = \{-2, 3, 6\}$,一元谓词 $F(x): x \leq 3$, $G(x): x > 5$,求公式 $\exists x(F(x) \vee G(x))$ 在 I 下的真值。

16. 将 $((A \cup (B - C)) \cap A) \cup (B - (B - A))$ 简化。

17. 求布尔表达式 $(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}) + (b \cdot c)$ 的简化式。

得　分	评卷人

五、证明题(第18题10分,第19题9分)

18. 证明如果 R 是集合 A 上的空关系或全关系,则 $R^2 = R$。

19. 若无向图 G 中只有两个奇数度结点,则这两个结点一定是连通的。

试卷代号:1002

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期"开放本科"期末考试

计算机专业计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

(供参考)

2002年1月

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. C　　2. B　　3. A　　4. B　　5. D

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 1

7. $\{\{a, b\}\}$

8. 有向完全

9. A

10. 16

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

11. 解　$\neg(Q \to P) \wedge P \Leftrightarrow \neg(\neg Q \vee P) \wedge P$　(3分)

$\Leftrightarrow (Q \wedge \neg P) \wedge P$

$\Leftrightarrow Q \wedge \neg P \wedge P$

$\Leftrightarrow Q \wedge (\neg P \wedge P)$

$\Leftrightarrow Q \wedge 0 \Leftrightarrow 0$　(7分)

所以 $\neg(Q \to P) \wedge P$ 是矛盾式(永假式)。　(8分)

用其它方法解,可参照给分。

12. 解　(1) $\forall a \in A$, $(a, a) \in R$,故 R 是自反关系;　(3分)

(2) 如 $(1, 2) \in R$,而 $(2, 1) \notin R$,故 R 不是对称关系;　(6分)

(3) $\forall a, b, c \in A$, $(a, b) \in R$ 且 $(b, c) \in R$,有 $(a, c) \in R$,故 R 是传递关系　(8分)

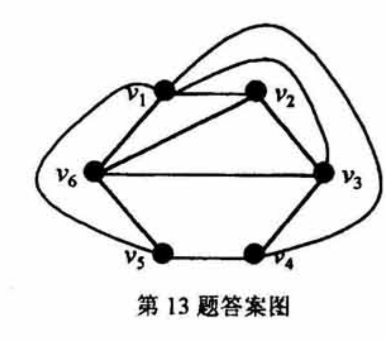
13. 解　图 G 是平面图。　(3分)

图 G 的平面嵌入图(如第13题答案图所示)。

画对1条边。　(5分)

画对2条边。　(6分)

画对3条边。　(8分)



第13题答案图

四、计算题(每小题8分,共32分)

14. 解　$(\neg(P \to Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$

$\Leftrightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$　(3分)

$\Leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$　(6分)

$\Leftrightarrow \neg P \wedge Q \wedge R$　(8分)

15. 解　$\exists x(F(x) \vee G(x)) \Leftrightarrow \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$　(2分)

$\Leftrightarrow (F(-2) \vee F(3) \vee F(6)) \vee (G(-2) \vee G(3) \vee G(6))$　(5分)

$\Leftrightarrow 1 \vee 1 \vee 0 \vee 0 \vee 0 \vee 1$

$\Leftrightarrow 1$　(7分)

所以公式 $\exists x(F(x) \vee G(x))$ 在解释 I 下的真值为1。　(8分)

16. 解　$((A \cup (B - C)) \cap A) \cup (B - (B - A))$

$= (A \cap (A \cup (B - C))) \cup (B - (B - A))$　(3分)

$= (A \cup (A \cap (B - C))) \cup (B \cap (\sim B \cup A))$　(5分)

$= A \cup (A \cap B)$　(7分)

$= A$　(8分)

17. 解　$(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}) + (b \cdot c)$

$= b \cdot (a + (\bar{a} \cdot \bar{c}) + c)$　(3分)

$= b \cdot (a + c + \overline{a + c})$　(6分)

$= b \cdot 1 = b$　(8分)

五、证明题(第18题10分,第19题9分,共19分)

18. 证明　若 $R = \phi$,则 $R^2 = \phi = R$;　(3分)

若 $A = \phi$,则 $A \times A = \phi$,所以令 R 是 A 上的全关系,则 $R = \phi$,因而有 $R^2 = R$;

若 $A \neq \phi$,则其上的全关系 $R = A \times A$, $\forall a, b \in A$,有 $\langle a, b\rangle \in R$, $\langle a, a\rangle \in R$,所以 $\langle a, b\rangle \in R^2$,因而 $R = A \times A \subseteq R^2$,又 $R^2 \subseteq A \times A = R$,所以 $R^2 = R$。　(10分)

19. 证明　设 G 中的两个奇数度结点分别为 u 和 v。假设 u 和 v 不连通,即它们之间无任何通路,则 G 至少有两个连通分支 G_1, G_2,使得 u 和 v 分别属于 G_1 和 G_2,于是 G_1 和 G_2 各含有一个奇数度结点。　(7分)

这与握手定理的推论矛盾。因而 u 和 v 一定是连通的。　(9分)