试卷代号：1002　　　　　　　　　　　　　　　　　　**座位号**□□

中央广播电视大学2002—2003学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)试题

2003年1月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. 下列命题公式等值的是(　　　).

A. $\neg P \wedge \neg Q$, $P \vee Q$

B. $A \rightarrow (A \rightarrow B)$, $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

C. $Q \rightarrow (P \vee Q)$, $\neg Q \vee P \vee Q$

D. $\neg A \vee (A \wedge B)$, B

2. 谓词公式$\forall y P(y)$取真值为1的充分必要条件是(　　　).

A. 对任意y,使$P(y)$都取真值1

B. 存在一个y_0,使$P(y_0)$取真值1

C. 存在某些y,使$P(y)$都取真值1

D. 存在一个y_0,使$P(y_0)$取真值0

3. 设集合$A=\{0, b\}$, $B=\{1, b, 3\}$,则$A \cup B$上的恒等关系是(　　　).

A. $\{\langle 0,0\rangle, \langle 1,1\rangle, \langle 3,3\rangle\}$

B. $\{\langle 0,0\rangle, \langle 1,1\rangle, \langle b,b\rangle, \langle 3,3\rangle\}$

C. $\{\langle 1,1\rangle, \langle b,b\rangle, \langle 3,3\rangle\}$

D. $\{\langle 0,1\rangle, \langle 1,b\rangle, \langle b,3\rangle, \langle 3,0\rangle\}$

4. 已知集合 $A=\{a,b,c\}$ 上的二元关系 R 的关系矩阵 $M_R=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$，那么 R=(　　).

A. $\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle a,c\rangle\}$　　B. $\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,b\rangle\}$

C. $\{\langle a,b\rangle,\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,a\rangle\}$　　D. $\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,a\rangle\}$

5. 设有向图 D 的结点集 $V=\{a,b,c,d\}$，与 V 能构成强连通图的边集 E=(　　).

A. $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle d,a\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

B. $\{\langle a,d\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,c\rangle,\langle b,d\rangle,\langle d,c\rangle\}$

C. $\{\langle a,c\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,c\rangle,\langle d,a\rangle,\langle d,c\rangle\}$

D. $\{\langle a,d\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle,\langle d,c\rangle\}$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. 设命题公式 G: $P\rightarrow\neg(Q\rightarrow P)$，则使公式 G 为假的真值指派是________________.

7. 设 P: 我们划船，G: 我们跑步，那么命题“我们不能既划船，又跑步”可符号化为________________________.

8. 设个体域 $D=\{1,2\}$，那么谓词公式 $\exists xA(x)\vee\forall yB(y)$ 消去量词后的等值式为________________________.

9. 设有向图 $D=\langle V,E\rangle$ 的邻接矩阵为 $A(D)=\begin{bmatrix}0&2&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$，那么 $|E|$=____________.

10. 无向连通图 G 含有欧拉回路的充分必要条件是________________________.

得　分	评卷人

三、化简解答题（每小题 8 分，共 24 分）

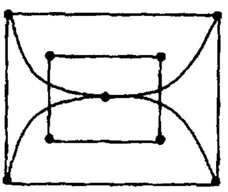
11. 回答问题：下列集合中哪些是相等的，说明理由．

$A_1=\{a,b\}$　$A_2=\{b,a\}$　$A_3=\{a,a,b\}$　$A_4=\{a,b,c\}$

$A_5=\{x|(x-a)(x-b)(x-c)=0\}$　$A_6=\{x|x^2-(a+b)+ab=0\}$

12.（1）设图 G（如第 12 题图），说明图 G 是否为可平面图？若是，作图 G 的平面图．

（2）设无向连通图 $G=\langle V,E\rangle$，那么图 G 中 $|V|$ 与 $|E|$ 满足什么条件，图 G 一定是树．



第 12 题图

13. 说明谓词公式 $\exists x\forall yF(x,y)\rightarrow\forall y\exists xF(x,y)$ 是否为永真式．

得　分	评卷人

四、计算题（每小题 8 分，共 32 分）

14. 求命题公式 $P\rightarrow((Q\rightarrow P)\wedge(\neg P\wedge Q))$ 的主合取范式．

15. 设全集 $E=\{a,b,c,d,e,f\}$，$A=\{a,d\}$，$B=\{a,b,e\}$，$C=\{b,d\}$，求下列集合：

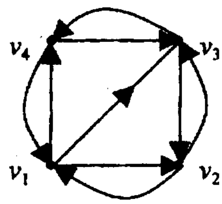
（1）$(A\cap B)\cup\sim C$；

（2）$(A\oplus A)\cup P(A)$.

16. 已知图 D（如第 16 题图）的邻接矩阵为

$$A(D)=\begin{array}{c}\\ v_1\\ v_2\\ v_3\\ v_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}v_1 & v_2 & v_3 & v_4\end{array}\\ \begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\end{array}$$

求从 v_2 到 v_4 长度为 2 和从 v_3 到 v_3 长度为 2 的通路条数，并将它们具体写出．



第 16 题图

17. 设代数系统$(Z, *)$，其中 Z 是整数集，二元运算定义为 $\forall a,b\in Z$，$a*b=a+b-2$，$\forall a\in Z$，求 a 的逆元．

得　分	评卷人

五、证明题（第 18 题 10 分，第 19 题 9 分）

18. 设 R 是集合 A 上的对称关系和传递关系，试证明：若对 $\forall a\in A$，$\exists b\in A$，使得$(a,b)\in R$，则 R 是等价关系．

19. 设格$(L,\wedge,\vee)$满足分配律，证明 $\forall a,b,c\in L$，有

$$((a\wedge b)\vee(a\wedge c))\wedge((a\wedge b)\vee(b\wedge c))=a\wedge b$$

试卷代号：1002

中央广播电视大学2002—2003学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)试题答案及评分标准

（供参考）

2003年1月

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. C　　2. A　　3. B　　4. D　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 1，0；1，1

7. $\neg(P\land Q)$或$\neg P\lor\neg Q$

8. $A(1)\lor A(2)\lor(B(1)\land B(2))$

9. 7

10. 不含有奇数度结点

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

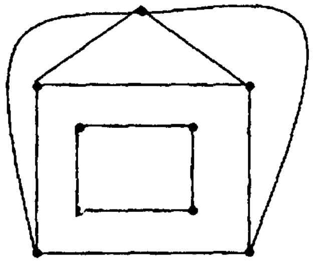
11. 集合中的元素是无序的，且不能重复，故 $A_1=A_2=A_3$； (3分)

因为$(x-a)(x-b)(x-c)=0$的解为 $x=a,b,c$，而 $x^2-(a+b)x+ab=0$的解为 $x=a,b$ (6分)

故有 $A_1=A_2=A_3=A_6$，$A_4=A_5$ (8分)

12. (1)图 G 的平面图，如第12题答案图．故图 G 为可平面图 (4分)

(2)图 G 满足 $|E|=|V|-1$，那么图 G 一定是树． (8分)



第12题答案图

13. 设 I 为任意一个解释，D 为 I 的个体域．若在解释 I 下，该公式的前件为 0，无论 $\forall y \exists x F(x,y)$ 如何取值，$\exists x \forall y F(x,y) \to \forall y \exists x F(x,y)$ 为 1； (2 分)

若在解释 I 下，该公式的前件为 1，则 $\exists x_0 \in D$，使得 $\forall y F(x_0,y)$ 为 1，它蕴含着 $\forall y' \in D$，$F(x_0, y')$ 为 $1 \Rightarrow \exists x F(x,y')$ 为 1，由 y' 的任意性，必有 $\forall y \exists x F(x,y)$ 为 1，于是 $\exists x \forall y F(x,y) \to \forall y \exists x F(x,y)$ 为 1.

总之，对任意解释 I，$\exists x \forall y F(x,y) \to \forall y \exists x F(x,y)$ 为 1. 该公式为永真式． (8 分)

四、计算题(每小题 8 分，共 32 分)

14. $P \to ((Q \to P) \wedge (\neg P \wedge Q))$

$\Leftrightarrow \neg P \vee ((\neg Q \vee P) \wedge (\neg P \wedge Q))$ (2 分)

$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \wedge \neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg P \wedge Q)$ (4 分)

$\Leftrightarrow \neg P \vee (0 \vee 0)$ (6 分)

$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge \neg Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$ (8 分)

15. (1) $(A \cap B) \cup \sim C = \{a\} \cup \{a,c,e,f\} = \{a,c,e,f\}$； (4 分)

(2) $(A \oplus A) = (A \cup A) - (A \cap A) = \varnothing$

$P(A) = \{\varnothing, \{a\}, \{d\}, \{a,d\}\}$.

故 $(A \oplus A) \cup P(A) = \{\varnothing, \{a\}, \{d\}, \{a,d\}\}$ (8 分)

16. $A^2(D) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (4 分)

从矩阵 $A^2(D)$ 中 $a_{24}=2$，$a_{33}=2$ 可知，

从 ν_2 到 ν_4 长度为 2 的通路有 2 条，它们是：$\nu_2\nu_3\nu_4$，和 $\nu_2\nu_1\nu_4$， (6 分)

从 ν_3 到 ν_3 长度为 2 的通路有 2 条，它们是：$\nu_3\nu_4\nu_3$，和 $\nu_3\nu_2\nu_3$， (8 分)

17. 易知，二元运算满足交换律．

$\because$ 对 $\forall a \in Z$，$a * 2 = a + 2 - 2 = a = 2 * a$，即 $2 \in Z$ 是单位元． (3 分)

$\forall a \in Z$，a 的逆元记作 a^{-1}，有

$a * a^{-1} = a + a^{-1} - 2 = 2$(单位元)

$\therefore$ $a^{-1} = 4 - a$ (8 分)

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 已知 R 是对称关系和传递关系,只需证明 R 是自反关系. (3 分)

$\forall a\in A$, $\exists b\in A$,使得$(a,b)\in R$,因为 R 是对称的,故$(b,a)\in R$; (6 分)

又 R 是传递的, $(a,b)\in R$, $(b,a)\in R\Rightarrow(a,a)\in R$,由元素 a 的任意性,知 R 是自反的.

(9 分)

所以, R 是等价关系. (10 分)

19. $((a\wedge b)\vee(a\wedge c))\wedge((a\wedge b)\vee(b\wedge c))$

$=(a\wedge b)\vee((a\wedge c)\wedge(b\wedge c))$ (分配律) (3 分)

$=(a\wedge b)\vee((a\wedge b)\wedge c)$ (幂等律) (6 分)

$=a\wedge b$ (吸收律) (9 分)