

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2002—2003 学年度第二学期“开放本科”期末考试

### 计算机专业计算机数学基础(1)试题

2003 年 7 月

|    |   |   |   |   |   |    |
|----|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
| 分数 |   |   |   |   |   |    |

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

#### 一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. 设命题公式  $G: \neg P \rightarrow (Q \wedge R)$ , 则使公式  $G$  取真值为 1 的  $P, Q, R$  赋值分别是( ).  
A. 0,0,0  
B. 0,0,1  
C. 0,1,0  
D. 1,0,0
2. 设  $a$  是集合  $A$  的元素, 则以下正确的是( ).  
A.  $a \subseteq \{a\}$   
B.  $\{a\} \subseteq A$   
C.  $a \subseteq A$   
D.  $\{a\} \in A$
3. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 9\}$ , 那么集合  $A, B$  的对称差  $A \oplus B = ( \quad )$ .  
A.  $\{1, 3\}$   
B.  $\{2, 4, 6\}$   
C.  $\{1, 3, 6, 9\}$   
D.  $\{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

4. 有向完全图  $D=\langle V,E\rangle$ , 则图  $D$  的边数是( )。

- A.  $|E|(|E|-1)/2$
- B.  $|V|(|V|-1)/2$
- C.  $|E|(|E|-1)$
- D.  $|V|(|V|-1)$

5. 设  $G$  是有  $n$  个结点,  $m$  条边的连通图, 必须删去  $G$  的( )条边, 才能确定  $G$  的一棵生成树。

- A.  $m-n+1$
- B.  $n-m$
- C.  $m+n+1$
- D.  $n-m+1$

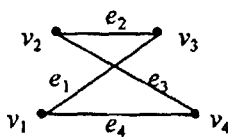
|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 令  $P$ : 天下雪,  $Q$ : 我去市里,  $R$ : 我有时间, 则命题“如果天不下雪, 我有时间, 那么我就去市里”符号化为\_\_\_\_\_。

7. 含有三个命题变项  $P, Q, R$  的命题公式  $P \wedge Q$  的主析取范式是\_\_\_\_\_。

8. 图  $G$ (见第 8 题图)的关联矩阵



第 8 题图

$M(G)=$

\_\_\_\_\_。

9. 设  $R$  是实数集,  $\forall a, b \in R$ , 定义二元运算  $*$ :  $a * b = a + b + ab$ , 已知  $0 \in R$  是二元运算  $*$  的单位元, 那么  $\forall a \in R$ , 但  $a \neq -1$ , 则  $a$  的逆元是\_\_\_\_\_。

10. 设代数系统  $(L, \circ, *)$ , 若  $(L, \circ)$  是\_\_\_\_\_,  $(L, *)$  是半群, 又二元运算  $*$  对  $\circ$  满足分配律, 则  $(L, \circ, *)$  是环。

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

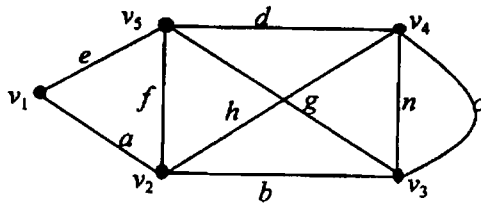
三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 判断命题公式  $(Q \leftrightarrow P) \rightarrow \neg(P \vee Q)$  的类型(重言式、矛盾式或可满足式).

12. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}$ , 在  $A$  上定义二元关系  $R = \{\langle a, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, d \rangle\}$ ,  $R$  是否为等价关系? 说明理由.

13. 图  $G$ (如第 13 题图)能否一笔画出? 说明理由.

若能画出,请写出一条通路或回路.



第 13 题图

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

四、计算或作图题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求谓词公式  $(\forall x F(x, y) \vee \forall y G(x, y)) \wedge \exists z H(x, y, z)$  的前束范式.

15. 设个体域  $D = \{-2, 3, 6\}$ , 一元谓词  $P(x): x > 1$ ,  $Q(x): x \leq 3$ ,  $R(x): x > 5$ ,  $a: 6$ , 求公式  $\forall x(P(a) \rightarrow Q(x)) \vee R(a)$  的真值.

16. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 从  $A$  到  $B$  的二元关系  $R$  定义为

$$R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A \wedge y \in B \wedge \frac{y}{x} = k \wedge k \in \mathbb{N}\}$$

试求  $R$  的集合表达式和关系矩阵  $M_R$ .

17. 设图  $G = \langle V, E \rangle$ , 其中  $V = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $E = \{(a, b), (b, c), (c, d), (a, e)\}$

试作出图  $G$  的图形, 并指出图  $G$  是简单图还是多重图? 是连通图吗? 说明理由.

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 证明  $A \cap C \subseteq B \cap C$  且  $A - C \subseteq B - C$ , 则  $A \subseteq B$

19. 设群  $(G, *)$ , 若  $\forall a \in G$ , 都有  $a$  的逆元  $a^{-1} = a$ , 则  $G$  是交换群.

试卷代号: 1002

中央广播电视大学 2002—2003 学年度第二学期“开放本科”期末考试

## 计算机专业计算机数学基础(1)

### 试题答案及评分标准

(供参考)

2003 年 7 月

#### 一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. D      2. B      3. C      4. D      5. A

#### 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6.  $\neg P \wedge R \rightarrow Q$

7.  $(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$

8. 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

9.  $-\frac{a}{a+1}$

10. 交换群

#### 三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11.  $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow \neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \vee \neg(P \vee Q)$  2(分)

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee \neg(P \vee Q)$$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q)) \vee \neg(P \vee Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee \neg(P \vee Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg((P \wedge Q) \wedge (P \vee Q))$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \wedge Q)$$
 (7 分)

可知,  $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow \neg(P \vee Q)$  是可满足式. (8 分)

用其它方法求解,可参照给分.

12.  $R$  含有  $\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle$ , 是自反的; (2分)

$R$  含有  $\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle$ , 是对称的; (4分)

对  $\forall \langle a, b \rangle \in R, \langle b, c \rangle \in R \Rightarrow \langle a, c \rangle \in R$ , 是传递的; (6分)

故  $R$  是  $A$  上的等价关系. (8分)

13. 因为图中  $\deg(v_1)=2, \deg(v_2)=\deg(v_3)=\deg(v_4)=\deg(v_5)=4$ , 无奇数度结点, 图  $G$  是欧拉图, 故能一笔画出. (4分)

一条欧拉回路为:  $v_5 e v_1 a v_2 h v_4 c v_3 g v_5 f v_2 b v_3 n v_4 d v_5$  (8分)

(不惟一)

#### 四、计算题 (每小题 8 分, 共 32 分)

$$14. (\forall x F(x, y) \vee \forall y G(x, y)) \wedge \exists z H(x, y, z) \\ \Leftrightarrow (\forall x F(x, t) \vee \forall y G(u, y)) \wedge \exists z H(u, t, z) \quad (2分)$$

$$\Leftrightarrow \forall x (F(x, t) \vee \forall y G(u, y)) \wedge \exists z H(u, t, z) \quad (4分)$$

$$\Leftrightarrow \forall x \forall y (F(x, t) \vee G(u, y)) \wedge \exists z H(u, t, z) \quad (6分)$$

$$\Leftrightarrow \forall x \forall y \exists z ((F(x, t) \vee G(u, y)) \wedge H(u, t, z)) \quad (8分)$$

$$15. \forall x (P(a) \rightarrow Q(x)) \vee R(a) \\ \Leftrightarrow (P(a) \rightarrow Q(-2)) \wedge (P(a) \rightarrow Q(3)) \wedge (P(a) \rightarrow Q(6)) \vee R(a) \quad (3分)$$

$$\Leftrightarrow (1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0) \vee 1 \quad (6分)$$

$$\Leftrightarrow 1 \wedge 1 \wedge 0 \vee 1 \\ \Leftrightarrow 1 \quad (7分)$$

所以公式  $\forall x (P(a) \rightarrow Q(x)) \vee R(a)$  的真值为 1 (8分)

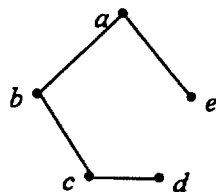
$$16. R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 1, 6 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\} \quad (4分)$$

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8分)$$

17. 图  $G$  如第 17 题答案图.

图  $G$  中既无环, 也无平行边  
是简单图. (5 分)

图  $G$  是连通图.  $G$  中任意两  
点都连通. (8 分)



第 17 题答案图

五、证明题(第 18 题 10 分, 第 19 题 9 分, 共 19 分)

18. 因为  $A - C \subseteq B - C$ , 即  $A \cap \sim C \subseteq B \cap \sim C$ . (2 分)

又因为  $A \cap C \subseteq B \cap C$ ,

故  $(A \cap C) \cup (A \cap \sim C) \subseteq (B \cap C) \cup (B \cap \sim C)$  (6 分)

$A \cap (C \cup \sim C) \subseteq B \cap (C \cup \sim C)$  (8 分)

$A \cap E \subseteq B \cap E$  ( $E$  是全集)

所以  $A \subseteq B$  (10 分)

其它证明方法, 可参照给分.

19.  $\forall a, b \in G$ , 由题设  $a * b \in G$ ,  $a * b = (a * b)^{-1}$ ,  $a = a^{-1}$ ,  $b = b^{-1}$  (4 分)

于是有

$a * b = (a * b)^{-1} = (a^{-1} * b^{-1})^{-1} = (b^{-1})^{-1} * (a^{-1})^{-1} = b * a$  (8 分)

所以  $G$  是一个交换群.