**试卷代号:1012** **座位号□□**

中央广播电视大学2002—2003学年度第二学期"开放本科"期末考试

# 计算机专业计算机数学基础(2)试题

2003年7月

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|---|
| 分 数 | | | | | |

| 得 分 | 评卷人 |
|---|---|
| | |

## 一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 下列各数中,绝对误差限为0.00005的有效近似数是(    ).

A. $-2.180$

B. $2.1200$

C. $-123.000$

D. $2.120$

2. 设$n$阶矩阵$A=(a_{ij})$,若满足(    ),称$A$为严格对角占优矩阵.

A. $a_{ii}>\sum_{j=1}^{n}a_{ij}$

B. $|a_{ii}|>\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}a_{ij}$

C. $|a_{ii}|>\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}|a_{ij}|$

D. $|a_{ii}|>\sum_{j=1}^{n}|a_{ij}|$

3. 满足 $f(0)=0,f(1)=0,f(2)=0$ 及一阶导数条件的三次样条函数为(　　).

A. $\begin{cases} \frac{11}{15}x^3-\frac{26}{15}x^2+x & x\in[0,1] \\ \frac{-3}{15}x^3+\frac{16}{15}x^2-\frac{27}{15}x+\frac{14}{15} & x\in[1,2] \end{cases}$

B. $\begin{cases} \frac{11}{15}x^3-\frac{26}{15}x^2+x+1 & x\in[0,1] \\ \frac{-3}{15}x^3+\frac{16}{15}x^2-\frac{27}{15}x+\frac{14}{15} & x\in[1,2] \end{cases}$

C. $\begin{cases} \frac{11}{15}x^3-\frac{11}{15}x^2 & x\in[0,1] \\ \frac{-3}{15}x^3+\frac{16}{15}x^2-\frac{27}{15}x+\frac{14}{15} & x\in[1,2] \end{cases}$

D. $\begin{cases} \frac{11}{15}x^2-\frac{26}{15}x & x\in[0,1] \\ \frac{-3}{15}x^3+\frac{16}{15}x^2-\frac{27}{15}x+\frac{14}{15} & x\in[1,2] \end{cases}$

4. 等距二点求导公式 $f'(x_1)\approx$(　　).

A. $\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$

B. $\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_0-x_1}$

C. $\frac{f(x_0)+f(x_1)}{x_0-x_1}$

D. $\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1+x_0}$

5. 求方程 $f(x)=0$ 在[0,1]内的近似根,用二分法计算到 $x_{10}=0.445$ 达到精度要求. 那么所取误差限 $\varepsilon$ 是(　　).

A. 0.05

B. 0.005

C. 0.0005

D. 0.00005

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 数 8.000033 的 5 位有效数字的近似值是____________.

7. 用列主元消去法解线性方程组$\begin{cases} x_1+5x_2=0 \\ 5x_1-x_2=1 \end{cases}$,一次消元后,原方程组化为

______________________________.

8. 已知 $y=f(x)$ 的定义域内的三个点 $x_1=1, x_2=2, x_3=4$,均差 $f(x_1,x_2)=3$ $f(x_2,x_3)=6$,那么 $f(x_1,x_2,x_3)=$__________.

9. 高斯—勒让德求积公式只限于讨论积分区间为____________________的数值积分问题.

10. 设初值问题$\begin{cases} y'=y+1 \quad (0\le x\le 1) \\ y(0)=y_0 \end{cases}$,把区间[0,1]10 等分,用欧拉法解该初值问题的公式为____________________________________________________________.

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用高斯—赛德尔迭代法解线性方程组

$$\begin{cases} 20.9x_1+1.2x_2+2.1x_3+0.9x_4=21.70 \\ 1.2x_1+21.2x_2+1.5x_3+2.5x_4=27.46 \\ 2.1x_1+1.5x_2+19.8x_3+1.3x_4=28.76 \\ 0.9x_1+2.5x_2+1.3x_3+32.1x_4=49.72 \end{cases}$$

取初始值$(1.04,1.30,1.45,1.55)^T$,求 $X^{(1)}$,并要求写出迭代公式,计算过程中保留 2 位小

12. 设函数 $y=f(x)$的数值表为

| $x$ | 11 | 12 | 13 | 14 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $y$ | 2.3979 | 2.4849 | 2.5649 | 2.6391 |

试建立牛顿插值多项式,并求 $f(11.75)$的近似值.计算过程保留 4 位小数.

13. 用简单迭代法求方程 $x^2-2x-3=0$ 的近似根，取 $x_0=4$，要求近似根满足 $|x_k+1-x_k|<0.01$，计算过程中保留 3 位小数.

14. 用改进的欧拉法平均公式，取步长 $h=0.1$，求解初值问题 $\begin{cases} y'=x+y(0\leq x\leq 0.2) \\ y(0)=1 \end{cases}$，计算过程保留 4 位小数.

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

**四、证明题（本题 10 分）**

15. 已知函数 $y=f(x)$ 的值 $f(1)$，$f(2)$，$f(3)$，求证过节点 $x=1,2,3$ 的插值型求积公式为 $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{1}{3}[f(1)+4f(2)+f(3)]$.

试卷代号：1012

## 中央广播电视大学2002—2003学年度第二学期“开放本科”期末考试

# 计算机专业计算机数学基础(2)试题答案及评分标准

（供参考）

2003年7月

**一、单项选择题(每小题3分,共15分)**

1. B　　2. C　　3. A　　4. A　　5. C

**二、填空题(每小题3分,共15分)**

6. 8.0000

7. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 = 1 \\ 5.2x_2 = -0.2 \end{cases}$

8. 1

9. $[-1,1]$

10. $y(x_{k+1}) \approx y_k + 0.1(y_k + 1)(k=0,1,2,\cdots,n-1), y(0)=y_0$

**三、计算题(每小题15分,共60分)**

11. 本题的迭代格式为

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = \dfrac{1}{20.9}[-1.2x_2^{(k)} - 2.1x_3^{(k)} - 0.9x_4^{(k)} + 21.70] \\ x_2^{(k+1)} = \dfrac{1}{21.2}[-1.2x_1^{(k+1)} - 1.5x_3^{(k)} - 2.5x_4^{(k)} + 27.46] \\ x_3^{(k+1)} = \dfrac{1}{19.8}[-2.1x_1^{(k+1)} - 1.5x_2^{(k+1)} - 1.3x_4^{(k)} + 28.76] \\ x_4^{(k+1)} = \dfrac{1}{32.1}[-0.9x_1^{(k+1)} - 2.5x_2^{(k+1)} - 1.3x_3^{(k+1)} + 49.72] \end{cases} \quad (k=0,1,2,\cdots)$$

当 $k=0$ 时，$X^{(0)}=(1.04,1.30,1.45,1.55)^T$，

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \dfrac{1}{20.9}[-1.2\times1.30 - 2.1\times1.45 - 0.9\times1.55 + 21.70] = 0.75 \\ x_2^{(1)} = \dfrac{1}{21.2}[-1.2\times0.75 - 1.5\times1.45 - 2.5\times1.55 + 27.46] = 0.97 \\ x_3^{(1)} = \dfrac{1}{19.8}[-2.1\times0.75 - 1.5\times0.97 - 1.3\times1.55 + 28.76] = 1.20 \\ x_4^{(1)} = \dfrac{1}{32.1}[-0.9\times0.75 - 2.5\times0.97 - 1.3\times1.20 + 49.72] = 1.40 \end{cases}$$

$X^{(1)}=(0.75,0.97,1.20,1.40)^T$ (15 分)

12. 计算各阶均差，如下表.

| $x$ | $y=f(x)$ | 一阶均差 | 二阶均差 | 三阶均差 |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 2.3979 | | | |
| 12 | 2.4849 | 0.0870 | | |
| 13 | 2.5649 | 0.0800 | −0.0035 | |
| 14 | 2.6391 | 0.0742 | −0.0029 | 0.0002 |

(7 分)

牛顿插值多项式为

$$N(x)=2.3979+0.0870(x-11)-0.0035(x-11)(x-12)$$
$$+0.0002(x-11)(x-12)(x-13)$$ (10 分)

$$f(11.75)\approx N(11.75)=2.3979+0.0870(11.75-11)-0.0035(11.75-11)(11.75-12)$$
$$\backslash=+0.0002(11.75-11)(11.75-12)(11.75-13)$$
$$=2.4639$$ (15 分)

13. 建立迭代格式：

$$x_{k+1}=\sqrt{2x_k+3}$$

因为 $\varphi(x)=\sqrt{2x+3},\varphi'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+3}}<1,x\in[2,4]$ (5 分)

$k=0,x_0=4$

$x_1=\sqrt{2\times4+3}=3.317$

$|x_1-x_0|=0.683$

$k=1$,

$x_2=\sqrt{2\times3.317+3}=3.104$

$|x_2-x_1|=0.213$

$k=2$,

$x_3=\sqrt{2\times3.104+3}=3.035$

$|x_3-x_2|=0.069$

$k=3$,

$x_4=\sqrt{2\times3.035+3}=3.012$

$|x_4-x_3|=0.023$

$k=4$,

$$x_5=\sqrt{2\times 3.012+3}=3.004$$

$$|x_5-x_4|=0.008<0.01$$

于是取 $x^*\approx x_5=3.004$ （15

注意：若建立迭代格式：

$x_{k+1}=\frac{1}{2}(x_k^2-3)$ 或 $x_{k+1}=\frac{3}{x_k-2}$，在 $x=4$ 附近不收敛.

14. 首先建立迭代格式：

$$\begin{cases} y_p=y_k+hf(x_k,y_k)=hx_k+y_k(1+h) \\ y_c=y_k+hf(x_{k+1},y_p)=y_k(1+h+h^2)+hx_{k+1}+h^2x_k \\ y_{k+1}=\frac{1}{2}[y_p+y_c]=\frac{1}{2}[h(1+h)x_k+hx_{k+1}]+(1+h+\frac{h^2}{2})y_k \end{cases}$$ （7

当 $k=0$ 时，$x_0=0$，$y_0=1$，$x_1=0.1$，有

$$y_1=\frac{1}{2}[0.1\times(1+0.1)\times 0+0.1\times 0.1]+(1+0.1+\frac{0.1^2}{2})\times 1=1.1100$$ （11

当 $k=1$ 时，$x_1=0.1$，$y_1=1.11$，$x_2=0.2$，有

$$y_2=\frac{1}{2}[0.1\times(1+0.1)\times 0.1+0.1\times 0.2]+(1+0.1+\frac{0.1^2}{2})\times 1.11=1.2421$$

所求 $y(0.1)\approx 1.11$；$y(0.2)\approx 1.2421$ （15

## 四、证明题（本题 10 分）

15. 过点 $(1,f(1))$，$(2,f(2))$，$(3,f(3))$ 的插值多项式为

$$f(x)\approx P_2(x)=f(1)\frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}+f(2)\frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}+f(3)\frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$$ （5

$$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x\approx\int_1^3 P_2(x)\mathrm{d}x$$

$$=\int_1^3\Big[f(1)\frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}+f(2)\frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}$$

$$+f(3)\frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}\Big]\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{3}[f(1)+4f(2)+f(3)]$$ （10

证毕.