

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2003—2004 学年度第二学期“开放本科”期末考试

计科网络、计科应用 专业 计算机数学基础(1) 试题
计科硬件

2004 年 7 月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

得分 1. 命题公式 $p \rightarrow (p \vee \neg p)$ 的类型是().

- A. 永真式
- B. 矛盾式
- C. 非永真式的可满足式
- D. 析取范式

得分 2. 设个体域是整数集合, P 代表 $\forall x \forall y ((x < y) \rightarrow (x - y < x))$, 下面 4 个命题中为真的是().

- A. P 是真命题
- B. P 是假命题
- C. P 是一阶逻辑公式,但不是命题
- D. P 不是一阶逻辑公式

得分 3. 设 A, B, C 都是集合, 如果 $A \cap C = B \cap C$, 则有().

- A. $A = B$
- B. $A \neq B$
- C. 当 $A - C = B - C$ 时, 有 $A = B$
- D. 当 $C = U$ 时, 有 $A \neq B$

得分 4. 设集合 $A = \{\emptyset, a\}$, 则 $P(A) = ()$.

- A. $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$
- B. $\{\{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$
- C. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}, \{2\}, A\}$
- D. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$

○—○—○—

学号

姓名

分校(工作站)

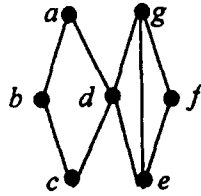
○—○—○—

题
答
不
内
线
封
密

得分 5. 给定无向图如第 5 题图所示,下面给出的

顶点集子集中,不是点割集的为().

- A. $\{b, d\}$
- B. $\{d\}$
- C. $\{a, c\}$
- D. $\{g, e\}$



第 5 题图

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

得分 6. 设: $F(x):x$ 是素数, $E(x):x$ 是偶数,命题“不是所有的素数都不是偶数”符号化为:_____.

得分 7. 设 A, B 为任意集合,命题 $A-B=\emptyset \Leftrightarrow A=B$ 的真值为_____.

得分 8. 设 A, B 为有限集,且 $|A|=m, |B|=n$,那末 A 与 B 间存在双射,当且仅当_____.

得分 9. 在有向图的邻接矩阵中,第 i 行元素之和与第 j 列元素之和分别为_____.

得分 10. 无向图 G 为欧拉图,当且仅当 G 是连通的,且 G 中无_____结点.

得分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 32 分)

得分 11. 指出谓词公式 $\forall x((P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge \exists x R(x)) \wedge S(x)$ 中 $\forall x$ 和 $\exists x$ 的辖域,并指出该公式的约束变元和自由变元以及约束出现次数和自由出现次数.

得分 12. 化简集合表达式: $((A \cup B \cup C) \cap (A \cup B)) - ((B \cup (B - C)) - A)$

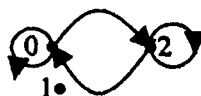
得分 13. 设集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 定义 A 上的二元关系 R 为:

$$R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge (x = y \vee x + y \in A) \}$$

试写出二元关系 R 的集合表达式, 并指出 R 具有的性质.

得分 14. (1) 求命题公式 $(P \vee \neg Q) \rightarrow (P \wedge Q)$ 的成真赋值.

(2) 已知集合 A 上的二元关系 R 的关系图如第 14 题图所示, 试写出 R 的集合表达式和 R 的关系矩阵.



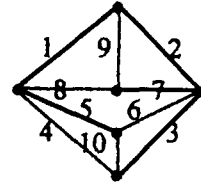
第 14 题图

密
封
线
内
不
要
答
题

得 分	评卷人

四、计算解答题(每小题 8 分,共 24 分)

15. 已知带权图 G , 如第 15 题图所示, 试求图 G 的最小生成树, 并计算该生成树的权.



第 15 题图

得分 16. 设 \mathbf{R} 是实数集, 在 \mathbf{R} 上定义二元运算 $*$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 定义

$$x * y = x + y + 2xy$$

试说明 $*$ 是否满足结合律、交换律? 是否存在单位元? 若存在请求出.

得分 17. 已知 $(L, *, \circ)$ 是格, 且二元运算 $*$ 和 \circ 满足分配律, $\forall a, b, c \in L$, 化简表达式

$$((a * b) \circ (a * c)) * ((a * b) \circ (b * c))$$

得 分	评卷人

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

得分 18. 证明命题公式 $(P \rightarrow (Q \vee \rightarrow R)) \wedge \rightarrow P \wedge Q$ 与 $\rightarrow(P \vee \rightarrow Q)$ 等值.

19. 证明在任何有向完全图中,所有结点的入度平方之和等于所有结点的出度平方

密
封
线
内
不
要
答
题

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2003—2004 学年度第二学期“开放本科”期末考试

计科网络、计科应用专业 计算机数学基础(1)
计科硬件

试题答案及评分标准

(供参考)

2004 年 7 月

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. A 2. B 3. C 4. D 5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. $\neg \forall x(F(x) \rightarrow \neg E(x))$ 或 $\exists x(F(x) \wedge E(x))$

7. 0

8. $m=n$

9. 结点 v_i 的出度与结点 v_j 的入度

10. 奇数度

三、化简解答题(每小题 8 分,共 32 分)

11. $\forall x$ 的辖域为: $(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge \exists xR(x)$ (3 分)

$\exists x$ 的辖域为: $R(x)$ (5 分)

x 既是约束变元,也是自由变元,约束出现 3 次,自由出现 1 次. y 是自由变元,自由出现 1 次. (8 分)

12. $((A \cup B \cup C) \cap (A \cup B)) - ((B \cup (B - C)) - A)$
 $= (A \cup B) - (B - A)$ (3 分)

$= (A \cup B) \cap (\sim B \cup A)$ (5 分)

$= A \cup (B \cap \sim B)$
 $= A \cup \emptyset = A$ (8 分)

13. 由题设,

$R = I_A \cup \{ \langle 0,1 \rangle, \langle 1,0 \rangle, \langle 0,2 \rangle, \langle 2,0 \rangle, \langle 0,3 \rangle, \langle 3,0 \rangle, \langle 0,4 \rangle, \langle 4,0 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle \}$ (5 分)

易知, R 具有自反性和对称性. (8分)

14. (1) $(P \vee \neg Q) \rightarrow (P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee P) \wedge Q \Leftrightarrow Q$
 可见 $(P \vee \neg Q) \rightarrow (P \wedge Q)$ 的成真赋值为 $(0, 1), (1, 1)$. (4分)

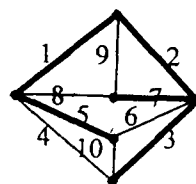
(2) $R = \{ \langle 0, 0 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 2, 0 \rangle \}$ (6分)

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8分)$$

四、计算题(每小题 8 分, 共 24 分)

15. 做法如下:

- ①选边 1; ②选边 2;
- ③选边 3; ④选边 5;
- ⑤选边 7



最小生成树为 $\{1, 2, 3, 5, 7\}$. 如第 15 题答案图中粗线所示. (6分)

第 15 题答案图 (6分)

权数为 18. (8分)

16. $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$,

$$\begin{aligned} \textcircled{1} (x * y) * z &= (x + y + 2xy) * z = (x + y + 2xy) + z + 2(x + y + 2xy)z \\ &= x + (y + z + 2yz) + 2x(y + z + 2yz) = x * (y * z) \end{aligned}$$

可结合. (3分)

$$\textcircled{2} x * y = x + y + 2xy = y * x$$

可交换. (5分)

③设单位元为 $e, \forall x \in \mathbf{R}, e * x = x * e = x + e + 2xe = x$, 由 x 的任意性, 得 $e = 0 \in \mathbf{R}$, 单位元为 0. (8分)

$$\begin{aligned} \textcircled{17} ((a * b) \circ (a * c)) * ((a * b) \circ (b * c)) \\ = (a * b) \circ ((a * c) * (b * c)) \quad (\text{分配律}) \end{aligned} \quad (3分)$$

$$= (a * b) \circ ((a * b) * c) \quad (\text{幂等律}) \quad (6分)$$

$$= a * b \quad (\text{吸收律}) \quad (8分)$$

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

$$18. (P \rightarrow (Q \vee \neg R)) \wedge \neg R \wedge Q \Leftrightarrow (\neg P \vee (Q \vee \neg R)) \wedge \neg P \wedge Q \quad (2 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg P \wedge Q) \vee (Q \wedge \neg P \wedge Q) \vee (\neg R \wedge \neg P \wedge Q) \quad (4 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \quad (6 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow \neg P \wedge Q \quad (8 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \vee \neg Q) \quad (10 \text{ 分})$$

19. 假设完全有向图 D 有 n 个结点. 对任意结点 $v_k \in D$, 有

$$\deg^+(v_k) + \deg^-(v_k) = 2(n-1) \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{对于完全有向图, } \sum_{k=1}^n \deg^+(v_k) = \sum_{k=1}^n \deg^-(v_k) = n(n-1) \quad (6 \text{ 分})$$

于是,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (\deg^+(v_k))^2 &= \sum_{k=1}^n (2(n-1) - \deg^-(v_k))^2 \\ &= \sum_{k=1}^n (4(n-1)^2 - 4(n-1)\deg^-(v_k) + (\deg^-(v_k))^2) \\ &= 4n(n-1)^2 - 4(n-1) \sum_{k=1}^n \deg^-(v_k) + \sum_{k=1}^n (\deg^-(v_k))^2 \\ &= 4n(n-1)^2 - 4(n-1) \cdot \frac{1}{2}n(n-1) + \sum_{k=1}^n (\deg^-(v_k))^2 \\ &= \sum_{k=1}^n (\deg^-(v_k))^2 \end{aligned} \quad (9 \text{ 分})$$