试卷代号：1002 **座位号**

中央广播电视大学2004—2005学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(1)　试题

2005年1月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分，共10分)

1. 设 P,Q 为两个命题，$P\to Q$ 的真值为0，当且仅当 P,Q 的赋值为(　　).

A. (0,0)　　B. (0,1)

C. (1,0)　　D. (1,1)

2. 设集合 $A=\{\{1,2,3\},\{4,5\},\{6,7,8\}\}$，则下列各式为真的是(　　).

A. $1\in A$　　B. $\{\{4,5\}\}\subset A$

C. $\{1,2,3\}\subseteq A$　　D. $\varnothing\in A$

3. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$，A 上的二元关系 R 的关系矩阵为

$$M_R=\begin{bmatrix}1&0&0&1\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

则关系 R 的表达式是(　　).

A. $\{<1,1>,<1,4>,<2,1>,<2,3>\}$

B. $\{<1,1>,<1,2>,<1,4>,<2,3>\}$

C. $\{<1,1>,<2,1>,<3,2>,<1,4>\}$

D. $\{<1,1>,<2,1>,<3,2>,<4,1>\}$

4. 以下命题真值为1的是(　　).

A. 无向完全图都是欧拉图　　B. 有 n 个结点 $n-1$ 条边的无向图都是树

C. 无向完全图都是平面图　　D. 树的每条边都是割边

5. 有 4 个结点的非同构的无向树有(　　)个.

A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 5

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设 P:他生病了,Q:他出差了. R:我同意他不参加学习. 则命题"若不是他生病或出差了,我不会同意他不参加学习"符号化的结果为______________.

7. 设个体域 $D=\{a,b\}$, 公式 $\forall x(G(x)\rightarrow\exists yH(x,y))$ 消去量词化为____.

8. 设 A,B 代表集合,命题 $A-B=\varnothing\Leftrightarrow A=B$ 的真值为______________.

9. 设 R,S 都是非空集合 A 上的等价关系,则对称闭包 $s(R\cap S)=$______________.

10. 数列 $\{2,3,3,4\}$ 不能构成无向简单图的度数列,此命题的真值为______________.

得　分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 设集合 $A=\{a,b,c\}$,$B=\{b,d,e\}$, 求 $B\cap A$,$A\cup B$,$A-B$,$B\oplus A$.

12. 设 $\mathbf{R}$ 是实数集, $\mathbf{R}$ 上的二元关系 S 为

$$S=\{<x,y>|x,y\in\mathbf{R}\wedge x=y\}$$

试问二元关系 S 具有哪些性质? 简单说明理由.

13. (1)已知命题公式 A 的主析取范式为 $\neg P\wedge Q$,求公式 A 的主合取范式.

(2)设 $A=\{1,2\}$,$B=\{a,b\}$,试问从 A 到 B 的二元关系有多少个? 试写出其中是从 A 到 B 的函数的二元关系.

得　分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求谓词公式 $\exists x(F(x)\wedge\forall yG(x,y,z))\rightarrow\exists zH(x,y,z)$的前束范式.

15. 已知图的结点集 $V=\{a,b,c,d\}$ 以及图 G 和图 D 的边集合分别为:

$E(G)=\{(a,a),(a,b),(b,c),(a,c)\}$

$E(D)=\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle c,d\rangle,\langle c,a\rangle,\langle c,b\rangle\}$

试作图 G 和图 D,写出各结点的度数,回答图 G、图 D 是简单图还是多重图?

16. 设集合 $A=\{1,2,3\}$,$P(A)$ 是 A 的幂集合,$\oplus$是集合的对称差运算,求运算$\oplus$在 $P(A)$上的单位元. $\forall x\in P(A)$,求 x 关于运算$\oplus$的逆元. 并解方程 $\{1,2\}\oplus y=\{1\}$.

17. 化简布尔代数式$(a\wedge b)\vee(a\wedge b\wedge c)\vee(b\wedge c)\vee(a\vee c)$.

得　分	评卷人

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 构造推理证明:$(P\rightarrow(Q\rightarrow S))\wedge(R\rightarrow P)\wedge Q\Rightarrow R\rightarrow S$

19. 证明任何非平凡树至少有 2 片树叶.

试卷代号:1002

中央广播电视大学2004—2005学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

（供参考）

2005年1月

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. C　　2. B　　3. A　　4. D　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $(P \vee Q) \leftrightarrow R$

7. $(G(a) \rightarrow (H(a,a) \vee H(a,b))) \wedge (G(b) \rightarrow (H(b,a) \vee H(b,b)))$

8. 0

9. $R \cap S$

10. 1

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

11. $B \cap A = \{b\}$　(2分)

$A \cup B = \{a,b,c,d,e\}$　(4分)

$A - B = \{a,c\}$　(6分)

$B \oplus A = \{a,b,c,d,e\} - \{b\} = \{a,c,d,e\}$　(8分)

12. S具有自反性,显然 $<x,x> \in S$;　(2分)

S具有对称性, $\forall <x,y> \in S$, 有 $x=y$,则 $<y,x> \in S$;　(4分)

S具有反对称性,$\forall <x,y>,<y,x> \in S$,有 $x=y$;　(6分)

S具有传递性,$\forall <x,y>,<y,z> \in S$,因为 $x=y=z$,故 $<x,z> \in S$.　(8分)

13. (1) $\neg P \wedge Q \Leftrightarrow (\neg P \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((P \wedge \neg P) \vee Q)$　(4分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q)$

或直接写 $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q)$

(2)二元关系共有 16 个.其中是函数的有 4 个分别为

$\{<1,a>,<2,a>\}$, $\{<1,a>,<2,b>,\}$, $\{<1,b>,<2,a>\}$, $\{<1,b>,<2,b>\}$

(8 分)

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. $\exists x(F(x) \land \forall y G(x,y,z)) \rightarrow \exists z H(x,y,z)$

$\Leftrightarrow \exists u(F(u) \land \forall v G(u,v,z)) \rightarrow \exists w G(x,y,w)$ (3 分)

$\Leftrightarrow \exists u \forall v(F(u) \land G(u,v,z)) \rightarrow \exists w H(x,y,w)$ (6 分)

$\Leftrightarrow \forall u \exists v \exists w(F(u) \land G(u,v,z) \rightarrow H(x,y,w))$ (8 分)

注:变元字母表示不惟一.

15.

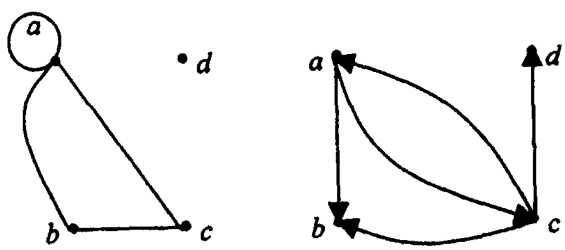

图 G 图 D

第 15 题答案图 (3 分)

图 G 中: $\deg(a)=4, \deg(b)=2, \deg(c)=2, \deg(d)=0$

图 D 中: $\deg(a)=3, \deg(b)=2, \deg(c)=4, \deg(d)=1$ (6 分)

图 D 是简单图. (8 分)

16. $\forall S \in P(A), S \oplus \varnothing = \varnothing \oplus S = S$,故 $\varnothing$ 是单位元. (3 分)

$\forall x \in P(A), x \oplus x = \varnothing$,故 x 的逆元是它自己. (6 分)

因为 $\{1,2\}$ 的逆元是 $\{1,2\}$,故 $y=\{1,2\} \oplus \{1\} = \{2\}$. (8 分)

17. $(a \land b) \lor (a \land b \land c) \lor (b \land c) \lor (a \lor c)$

$=(a \land b) \lor ((a \land b) \land c) \lor (b \land c) \lor (a \lor c)$

$=((a \land b) \land (1 \lor c)) \lor (b \land c) \lor (a \lor c)$ (4 分)

$=b \land (a \lor c) \lor (a \lor c)$ (6 分)

$=(a \lor c) \land (b \lor 1) = a \lor c$ (8 分)

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 前提:$(P\to(Q\to S))$,$R\to P$,Q

结论:$R\to S$

证明:① R 附加前提 (2 分)

② $R\to P$ 前提引入

③ P ①,②假言推理 (5 分)

④ $P\to(Q\to S)$ 前提引入

⑤ $Q\to S$ ③,④假言推理 (8 分)

⑥ Q 前提引入

⑦ S ⑤,⑥假言推理 (10 分)

19. 设非平凡树 $T=\langle V,E\rangle$,$|V|=n$,$|E|=m$.

$\forall v_i\in V\Rightarrow \deg(v_i)\geq 1$. (2 分)

设 T 有 x 片树叶,根据握手定理,

$x+2(n-x)\leq 2m=2(n-1)$ (6 分)

$x+2n-2x\leq 2n-2$

得到

$x\geq 2$

所以树 T 至少有 2 片树叶. (9 分)