试卷代号:1002 **座位号**□□

中央广播电视大学2004—2005学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业 计算机数学基础(1) 试题

2005年7月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. 对于任意集合 A,B,“若 $A\subseteq B$ 则 $A-B=\varnothing$”是(　　).

A. 假命题　　B. 真命题

C. 是谓词公式但不是命题　　D. 真假不定

2. 设 R 是非空集合 A 上的二元关系,I_A是 A 上的恒等关系,如果 $R\subset I_A$,则下面四个命题中为真的是(　　).

A. R 不是自反的　　B. R 不是传递的

C. R 不是对称的　　D. R 不是反对称的

3. 设函数 $f:N\rightarrow N,f(n)=n+1$,下面四个命题中为真的是(　　).

A. f 是满射的　　B. f 是双射的

C. f 是单射函数　　D. f 存在反函数

4. 无向完全图 K_3的不同构的生成子图的个数为(　　).

A. 6　　B. 5

C. 4　　D. 3

5. 无向完全图 K_4是(　　).

A. 欧拉图　　B. 哈密顿图

C. 树　　D. 非平面图

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 命题公式 $P \to \neg(P \wedge Q)$ 的类型是____________________.

7. 谓词公式 $\forall x(F(x) \to G(x)) \wedge \neg \forall y(F(y) \to G(y))$ 的类型是________________.

8. 如果关系 R 是传递的,则 $R \cdot R \subseteq$________________.

9. 连通无向图 G 有 6 个顶点 9 条边,从 G 中删去________________条边才有可能得到 G 的一棵生成树 T.

10. 布尔代数式 $(\bar{a} \cdot 1) + (b \cdot (a + \bar{c}))$ 的对偶式是____________________.

得　分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 求谓词公式 $\forall x(P \to Q(x)) \wedge R(f(a))$ 的真值.

其中 P:$4>3$,$Q(x)$:$x>1$,$R(x)$:$x \leq 2$.

$f(-3)=1, f(1)=5, f(5)=-3. a:5.$

个体域 $D=(-3,1,5)$.

12. 判断下列哪些运算结果是对的?哪些是错的?请将错误的运算结果更正过来。

(1) $\varnothing \cap \{\varnothing\} = \varnothing$

(2) $\varnothing \cup \{\varnothing\} = \varnothing$

(3) $\{\varnothing\} \cap \{\varnothing, \{\varnothing\}\} = \{\varnothing\}$

(4) $\{\varnothing, \{\varnothing\}\} - \{\varnothing\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$

(5) $(A-B) \cup B = A$

(6) $(A \cup B) - B = A$

(7) $A \oplus A = A$

(8) $(A \cap B) - A = \varnothing$

13. (1)将谓词公式 $\forall x(P(x) \to R(x) \vee Q(x,z)) \wedge \exists x R(x) \to \exists z S(x,z)$ 中的约束变元换名.(请按约束变元出现的顺序,使用字母 u,v,w,s,t 等)

(2)设集合 $A=\{1,2\}$,求 $A \times P(A)$.

得　分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求命题公式 $\neg(P\to Q)\wedge(P\to\neg Q)$ 的主析取范式,并求该命题公式的成假赋值.

15. 设简单连通无向图 G 有 12 条边,G 中有 2 个 1 度结点,2 个 2 度结点,3 个 4 度结点,其余结点度数为 3. 求 G 中有多少个结点. 试作一个满足该条件的简单无向图.

16. (1)将命题公式 $\neg P\wedge\neg Q\wedge(\neg R\to P)$ 化为只含 $\vee$ 和 $\neg$ 的尽可能简单的等值式.

(2)布尔代数 $(B,\cdot,+,^{-})$,其中 $B=\{0,1\}$,若 $B(\cdot,+,^{-})$ 上的三个变元的表达式

$$E(a,b,c)=\overline{a+b}\cdot c+b+c$$

求 $E(0,1,1)$ 的真值.

17. 设 $S=\mathbf{Q}\times\mathbf{Q}$,其中 $\mathbf{Q}$ 是有理数集合. 在 S 上定义二元运算 $*$,$\forall\langle a,b\rangle,\langle x,y\rangle\in S$,有

$$\langle a,b\rangle*\langle x,y\rangle=\langle ax,ay+b\rangle$$

求代数系统 $(S,*)$ 单位元和 S 中可逆元素的逆元.

得　分	评卷人

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 证明:如果非空集合 A 上的二元关系 R 和 S 是偏序关系,则 $R\cap S$ 也是 A 上的偏序关系.

19. 设 G 是连通简单平面图,则它一定有一个度数不超过 5 的结点.(提示:用反证法)

试卷代号:1002

中央广播电视大学2004—2005学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

(供参考)

2005年7月

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. B　　2. A　　3. C　　4. C　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 非永真式的可满足式

7. 永假式

8. R

9. 4

10. $(\bar{a}+0)\cdot(b+(a\cdot\bar{c}))$

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

11. $\forall x(P\rightarrow Q(x))\wedge R(f(a))$

$=(P\rightarrow Q(-3))\wedge(P\rightarrow Q(1))\wedge(P\rightarrow Q(5))\wedge R(f(5))$　　(3分)

$=(1\rightarrow 0)\wedge(1\rightarrow 0)\wedge(1\rightarrow 1)\wedge R(-3)$　　(6分)

$=0\wedge 0\wedge 1\wedge 1=0$　　(8分)

12.

(1)对.　　(2)错. 应为$\{\varnothing\}$

(3)对.　　(4)错. 应为$\{\{\varnothing\}\}$

(5)错. 应为 $A\cup B$

(6)错. 应为 $A-B$(或 $A\cap\sim B$ 或 $A-AB$)

(7)错. 应为 $\varnothing$,即 $A\oplus A=A\cup A-A\cap A=\varnothing$

(8)对.

13. (1) $\forall x(P(x)\rightarrow R(x)\vee Q(x,z))\wedge\exists xR(x)\rightarrow\exists zS(x,z)$

$=\forall u(P(u)\rightarrow R(u)\vee Q(u,z))\wedge\exists vR(v)\rightarrow\exists wS(x,w)$ （4 分）

(2) $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$

$A\times P(A)=\{<1,\varnothing>,<2,\varnothing>,<1,\{1\}>,<2,\{1\}>,<1,\{2\}>,<2,\{2\}>,$ $<1,\{1,2\}>,<2,\{1,2\}>\}$ （8 分）

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. $\neg(P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow\neg Q)\Leftrightarrow(P\wedge\neg Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)\Leftrightarrow P\wedge\neg Q$ （4 分）

因为成真赋值是(1,0),故成假赋值为(0,0),(0,1),(1,1) （8 分）

15. 设图 G 有 x 个结点,有握手定理

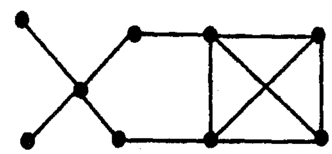
$2\times1+2\times2+3\times4+3\times(x-2-2-3)=12\times2$

$3x=24+21-18=27$

$x=9$

图 G 有 9 个结点. （5 分）

如第 15 题答案图. （8 分）



第 15 题答案图

16. (1) $\neg P\wedge\neg Q\wedge(\neg R\rightarrow P)\Leftrightarrow\neg(P\vee Q)\wedge(P\vee R)$

$\Leftrightarrow\neg((P\vee Q)\vee\neg(P\vee R))$ （4 分）

不唯一.

(2)因为 $E(a,b,c)=\overline{a+b}\cdot c+b+c$

所以, $E(0,1,1)=\overline{0+1}\cdot1+1+1$

$=0\cdot1+1+1$

$=0+1=1$ （8 分）

17. 设单位元为 $e=<e_1,e_2>$,$\forall<a,b>\in S$,有

$<a,b>*<e_1,e_2>=<a,b>=<e_1,e_2>*<a,b>$

即 $<ae_1,ae_2+b>=<a,b>$ 及 $<e_1a,e_1b+e_2>=<a,b>$

$$得到\begin{cases}ae_1=a\\ae_2+b=b\\e_1a=a\\e_1b+e_2=b\end{cases}$$

因为 a,b 是任意有理数,要使上式成立,只有 $e_1=1,e_2=0,e=<1,0>\in S$ 为单位元.

$\forall <a,b>\in S$,其逆元记作 $<x,y>$,有

$<a,b>*<x,y>=<ax,ay+b>=<1,0>$,

$<x,y>*<a,b>=<ax,bx+y>=<1,0>$

得到 $x=\frac{1}{a},y=-\frac{b}{a}(a\neq 0)$

对任意 $<a,b>\in S$,只要 $a\neq 0$,那末 $<a,b>$ 的逆元为 $<\frac{1}{a},-\frac{b}{a}>$.

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. ① $\forall x\in A,<x,x>\in R,<x,x>\in S\Rightarrow<x,x>\in R\cap S$,所以 $R\cap S$ 有自反性;

(3 分)

② $\forall x,y\in A$,因为 R,S 是反对称的,

$<x,y>R\cap S\wedge<y,x>R\cap S\Leftrightarrow(<x,y>\in R\wedge<x,y>\in S)\wedge(<y,x>\in R\wedge<y,x>\in S)$

$\Leftrightarrow(<x,y>\in R\wedge<y,x>\in R)\wedge(<x,y>\in S\wedge<y,x>\in S)\Rightarrow x=y\wedge y=x\Leftrightarrow x=y$

所以,$R\cap S$ 有反对称性. (6 分)

③ $\forall x,y,z\in A$,因为 R,S 是传递的,

$<x,y>\in R\cap S\wedge<y,z>\in R\cap S$

$\Leftrightarrow<x,y>\in R\wedge<x,y>\in S\wedge<y,z>\in R\wedge<y,z>\in S$

$\Leftrightarrow<x,y>\in R\wedge<y,z>\in R\wedge<x,y>\in S\wedge<y,z>\in S$

$\Rightarrow<x,z>\in R\wedge<x,z>\in S\Leftrightarrow<x,z>\in R\cap S$

所以,$R\cap S$ 有传递性. (10 分)

总之,R 是偏序关系.

19. 因为 G 是连通简单平面图,它的每个面至少有 3 条边,所以有

$3r\leq 2e$,即 $r\leq\frac{2e}{3}$(其中 r,e 分别为图 G 的面数和边数) (3 分)

假设结论不成立,则每个结点的度数都大于等于 6. 则有 (5 分)

$6v\leq 2e$,即有 $v\leq\frac{e}{3}$(其中 v 是图 G 的结点数)

由欧拉公式:$2=v+r-e\leq\frac{e}{3}+\frac{2e}{3}-e=0$

矛盾. 所以 G 中至少有一个结点的度数小于或等于 5. (9 分)