试卷代号:1002 **座位号**

中央广播电视大学2005—2006学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(1)　试题

2006年7月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. 设P:张国益生病了,Q:张国益出差了,R;我同意他不参加学习．则命题“只有张国益生病了或出差了,我才同意他不参加学习”符号化的结果为(　　)

A. $P \vee Q \rightarrow R$　　B. $R \rightarrow (P \vee Q)$

C. $P \wedge Q \rightarrow R$　　D. $R \rightarrow (P \wedge Q)$

2. 谓词公式$\forall xP(x) \rightarrow (\forall x \neg Q(x) \rightarrow \neg \exists xQ(x))$的类型是(　　)

A. 永真式　　B. 永假式

C. 仅可满足式　　D. 蕴涵式

3. 设L是有n个结点的无向图G上的一条道路,则下面命题为假的是(　　)

A. L可以不是简单通路,而是初级通路

B. L可以即是简单通路,又是初级通路

C. L可以即不是简单通路,又不是初级通路

D. L可以是简单通路,而不是初级通路

4. 设布尔代数式$f=a+\overline{b} \cdot c$,则f的对偶式$f^{*}=$(　　)

A. $\overline{a}+b \cdot \overline{c}$　　B. $\overline{a}+\overline{b} \cdot \overline{c}$

C. $a \cdot \overline{b}+c$　　D. $\overline{a} \cdot b+\overline{c}$

5. 下列格为布尔代数的是(　　)

A. 有余有界格　　　　B. 有余分配格

C. 有界分配格　　　　D. 有余代数格

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{a,b,c\}$,则 $|A\times B|=$________________.

7. 设有序对 $<a,b>=<x,y>$ 的充分必要条件是________________.

8. 数组 $\{1,2,3,4,4\}$ 是一个能构成无向简单图的度数序列,此命题的真值是________________.

9. 连通图 G 是欧拉图的充分必要条件是________________.

10. 若 $<G,+,\cdot>$ 是环,那么 $\forall a,b\in G$,有________________,则称 $<G,+,\cdot>$ 是交换环.

得　分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 设谓词公式 $\exists x(P(x,y)\rightarrow\forall zQ(y,x,z))\wedge\forall yR(y,z)\leftrightarrow F(y)$,试写出量词的辖域,并指出该公式的自由变元和约束变元.

12. 设给定集合 $A=\{a,b\}$,写出 $P(A)$ 和 $P(A)$ 上的包含关系 $\subset=\{\langle x,y\rangle\mid x,y\in P(A)\wedge x\subset y\}$ 的集合表达式.

13. 试叙述二元关系 R 是非空集合 A 上的偏序关系的定义,并举一个偏序关系的例子.

得　分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. (1)求 $(P\wedge Q)\rightarrow R$ 的主合取范式.

(2)设 P 是二元谓词,给定解释 I 如下:

个体域 $D=\{a,b\}$,$P(a,a)=P(a,b)=0$,$P(b,a)=P(b,b)=1$

求 $\exists x\forall yP(x,y)$ 在解释 I 下的真值.(要求写出过程)

15. 设集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$,$B=\{b,d,e\}$,$C=\{a,b,d\}$,求 $(A-B)\oplus(B\cup C)$

16. 设有向图 $D=\langle V,E\rangle$，如图 2 所示，请回答以下问题：

(1)试写出图 D 的邻接矩阵 $A(D)$；

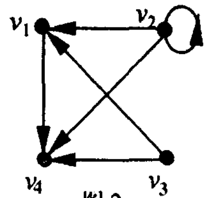

图 2

(2)已知 $A^2(D)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\1&1&0&2\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$，$A^3(D)=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\1&1&0&2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$

求：从 v_2 到 v_4 长度等于 3 的通路有多少条和顶点 v_2 处长度小于等于 3 的回路有多少条？

17. 设 $R^+=\{x\mid x>0\wedge x\in \mathbf{R}\}$（$\mathbf{R}$ 是实数集），在 R^+ 上定义二元运算 $\otimes$：

$\forall x,y\in R^+, x\otimes y=\sqrt{x^2+y^2}$

说明二元运算 $\otimes$ 在 R^+ 上是否可结合、可交换？有无单位元，若有请求出；若没有请说明理由．

得　分	评卷人

五、证明题（第 18 题 10 分，第 19 题 9 分，共 19 分）

18. 证明等值式 $(P\to Q)\to(P\wedge R)\Leftrightarrow P\wedge(Q\to R)$，并注明每一步的依据．

19. 证明在非平凡树 T 中，至少有两片树叶．

试卷代号:1002

中央广播电视大学2005—2006学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(1)　试题答案及评分标准

(供参考)

2006年7月

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. B　　2. A　　3. A　　4. C　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 12

7. $a=x, b=y$

8. 0

9. 图 G 无奇数度结点

10. $a \cdot b = b \cdot a$

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

11. $\exists x$ 的辖域是:$P(x,y) \to \forall z Q(y,x,z)$;

$\forall z$ 的辖域是:$Q(y,x,z)$;

$\forall y$ 的辖域是:$R(y,z)$　(5分)

公式的自由变元是:y,z;约束变元是:x,y,z　(8分)

12. $P(A)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$　(3分)

$\subset=\{<\varnothing,\{a\}>,<\varnothing,\{b\}>,<\varnothing,\{a,b\}>,<\{a\},\{a,b\}>,<\{b\},\{a,b\}>\}$　(8分)

13. 设 R 是非空集合 A 上的二元关系,如果 R 满足自反性、反对称性和传递性,则称 R 是集合 A 上的偏序关系.　(5分)

如集合 $A=\{a,b\}$,则 $R=\{<a,a>,<b,b>\}$ 就是 A 上的偏序关系.(不惟一)　(8分)

四、计算题(每小题8分,共32分)

14. (1) $(P \wedge Q) \to R \Leftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \vee R$

$\Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee R$ （4 分）

(2) $\exists x \forall y P(x,y) \Leftrightarrow \forall y P(a,y) \vee \forall y P(b,y)$

$\Leftrightarrow (P(a,a) \wedge P(a,b)) \vee (P(b,a) \wedge P(b,b))$

$\Leftrightarrow (0 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) \Leftrightarrow 1$ （8 分）

15. $(A-B) \oplus (B \cup C)$

$=(\{a,b,c,d,e\}-\{b,d,e\}) \oplus (\{b,d,e\} \cup \{a,b,d\}$

$=\{a,c\} \oplus \{a,b,d,e\}$ （2 分）

$=\{a,b,c,d,e\}-\{a\}$ （6 分）

$=\{b,c,d,e\}$ （8 分）

16. (1)有向图 D 的邻接矩阵：$A(D)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ （3 分）

(2)因为 $A^3(D)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，$a_{24}=2$，故从 v_2 到 v_4 长度等于 3 的通路有 2 条．（6 分）

因为 $B_3(D)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$b_{22}^{(3)}=3$，故 v_2 上长度小于等于 3 的回路有 3 条． （8 分）

17. $\forall x,y \in R^+$，$x \otimes y=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{y^2+x^2}=y \otimes x$，所以$\otimes$在 R^+ 上可交换．（2 分）

$\forall x,y,z \in R^+$，$(x \otimes y) \otimes z=\sqrt{x^2+y^2} \otimes z=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$x \otimes (y \otimes z)=x \otimes \sqrt{y^2+z^2}=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

所以$\otimes$在 R^+ 上可结合．（5 分）

设 e 为单位元，$\forall x \in R^+$，$x \otimes e=\sqrt{x^2+e^2}=x$，得 $e=0R^+$，故 R^+ 关于$\otimes$不存在单位元．

（8 分）

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分,共 19 分)

18. $(P\to Q)\to(P\wedge R)\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\to(P\wedge R)$ （蕴涵等值式）

$\Leftrightarrow\neg(\neg P\vee Q)\vee(P\wedge R)$ （蕴涵等值式） （3 分）

$\Leftrightarrow(P\wedge\neg Q)\vee(P\wedge R)$ （摩根律） （6 分）

$\Leftrightarrow P\wedge(\neg Q\vee R)$ （分配律） （8 分）

$\Leftrightarrow P\wedge(Q\to R)$ （蕴函等值式）

所以,$(P\to Q)\to(P\wedge R)\Leftrightarrow P\wedge(Q\to R)$. （10 分）

19. 设非平凡树 T 有 n 个结点,由树的定义可知,T 中任何顶点的度数均大于或等于 1. 设 T 有 k 片树叶,则 T 中有 k 个 1 度顶点,其余 $n-k$ 个分支点的度数均大于等于 2.（3 分）

由握手定理

$k+2(n-k)\leq 2(n-1)$ （7 分）

解得 $k+2(n-k)\leq 2(n-1)$,解得 $k\geq 2$.

所以 T 至少有两片树叶． （9 分）