试卷代号:1012 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**座位号**□□

中央广播电视大学2005—2006学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(2)　试题

2006年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 近似值 $x=0.23026\times10^{3}$ 的相对误差限不超过$\frac{1}{2\times3}\times10^{-4}$,则 x 至少有(　　)位有效数字.

A. 3

B. 4

C. 5

D. 7

2. 用高斯顺序消去法解线性方程组,能进行到底的充分必要条件是(　　).

A. 系数矩阵各阶顺序主子式不为零

B. 系数矩阵主对角线元素不为零

C. 系数矩阵各阶主子式不为零

D. 系数矩阵各列元素不为零

3. 已知数值点(0,0),(1,−2),(4,−8),过这三个点的三次样条插值函数是(　　).

A. $S(x)=\begin{cases}\frac{9}{4}x^3-\frac{27}{4}x^2+\frac{5}{2}x+1 & 0\leqslant x\leqslant 1\\ \frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{7}{2}x+2 & 1\leqslant x\leqslant 4\end{cases}$

B. $S(x)=\begin{cases}\frac{9}{4}x^3-\frac{27}{4}x^2+\frac{5}{2}x & 0\leqslant x\leqslant 1\\ \frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{7}{2}x+2 & 1\leqslant x\leqslant 4\end{cases}$

C. $S(x)=\begin{cases}\frac{9}{4}x^3-\frac{27}{4}x^2+\frac{5}{2}x & 0\leqslant x\leqslant 1\\ \frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}x-2 & 1\leqslant x\leqslant 4\end{cases}$

D. $S(x)=\begin{cases}\frac{9}{4}x^3+\frac{27}{4}x^2+\frac{5}{2}x & 0\leqslant x\leqslant 1\\ \frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{7}{2}x+2 & 1\leqslant x\leqslant 4\end{cases}$

4. 已知 $f(1)=y_1$,$f(3)=y_2$. 依据二点求导公式,则 $f'(3)=$(　　).

A. $\frac{y_1-y_2}{2}$　　B. y_1-y_2

C. y_2-y_1　　D. $\frac{y_2-y_1}{2}$

5. 牛顿切线法是用曲线 $f(x)$ 在 $x=x_k$ 点处的切线与(　　)的交点的横坐标逐步逼近 $f(x)=0$ 的解的一种方程求根的方法.

A. y 轴　　B. x 轴

C. 直线 $y=x$　　D. 直线 $y=1$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. $x^*=\ln 86=4.4543473\cdots$,它的五位有效数字的近似值 $x=$________________.

7. 用列主元消去法解线性方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2=3\\ -2x_1+6x_2=0\end{cases}$,经过第一次消元后,方程组变为________________.

8. 已知函数值 $f(1)=9$,$f(3)=13$,$f(5)=11$,则二阶均差 $f(3,5,1)=$________________.

9. 只有一个求积节点的高斯—勒让德求积公式是 $\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x\approx$________________.

10. 四阶龙格—库塔法,若已知四个节点的斜率分别是 $\kappa_1,\kappa_2,\kappa_3,\kappa_4$,则 y_{k+1} 的计算公式为 $y_{k+1}=y_k+$____________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 已知一组试验数据

x_k	1	3	4	5	6
y_k	4	5	6	8	9

试求这组数据的拟合直线.计算过程保留 4 位小数.

12. 将区间$[a,b]$作 n 等分,分点为 $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$,步长为 $h = x_{k+1} - x_k$ $(k = 0,1,2,\cdots,n-1)$,试写出计算$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 的复化的梯形求积公式.并用此公式计算当 $n = 4$ 时积分$\int_0^2 \sqrt{x}\mathrm{d}x$ 的值,计算过程保留 4 位小数.

13. 给定绝对误差限 $\varepsilon=0.05$,如果用二分法求方程 $3x+\sin x-e^x=0$ 在区间$[0,1]$内的近似根,需二分多少次,并求出满足条件的近似根.计算过程保留 4 位小数.

14. 用改进欧拉法预报—校正公式求初值问题

$$\begin{cases} y'=x^2+x-y \quad (0\leqslant x\leqslant 1) \\ y(0)=0 \end{cases}$$

在 $x=0.5,1.0$ 处的近似值.计算过程保留 4 位小数.

提示:等距节点的改进欧拉法预报—校正公式

预报值:$\bar{y}_{k+1}=y_k+hf(x_k,y_k)$

校正值:$y_{k+1}=y_k+\frac{h}{2}[f(x_k,y_k)+f(x_{k+1},\bar{y}_{k+1})](k=0,1,2,n-1)$

得　分	评卷人

四、证明题(本题 10 分)

15. 设线性方程组

$$\begin{cases} 5x_1+0.5x_2+2x_3=3 \\ -x_1+4x_2+2x_3=15 \\ -6x_1-3x_2+10x_3=10 \end{cases}$$

证明用雅可比迭代法解此线性方程组收敛.

试卷代号:1012

中央广播电视大学2005—2006学年度第二学期"开放本科"期末考试

计算机专业　计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

（供参考）

2006年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. C　　2. A　　3. B　　4. D　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 4.4543

7. $\begin{cases} -2x_1+6x_2=0 \\ 5x_2=3 \end{cases}$

8. -0.75

9. $2f(0)$

10. $\frac{h}{6}(\kappa_1+2\kappa_2+2\kappa_3+\kappa_4)$

三、计算题(每小题15分,共60分)

11. $n=5$,计算列表

x_k	y_k	x_k^2	x_ky_k
1	4	1	4
3	5	9	15
4	6	16	24
5	8	25	40
6	9	36	54
19	32	87	137

（5分）

得法方程组

$$\begin{cases}5a_0+19a_1=32\\19a_0+87a_1=137\end{cases}$$ （10 分）

解得：$a_0=2.4461$，　　$a_1=1.0405$

拟合直线为

$$y=1.0405x+2.4461$$ （15 分）

12. 复化的梯形公式是

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\frac{h}{2}[f(a)+2(f(x_1+f(x_2)+\cdots+f(x_{n-1}))+f(b)]$$ （5 分）

当 $n=4$ 时，四等分$[0,2]$，分点为：$x_0=0,x_1=0.5,x_2=1.0,x_3=1.5,x_4=2,f(x)=\sqrt{x}$，相应函数值为 $f(x_0)=0,f(x_1)=0.7071,f(x_2)=1,f(x_3)=1.2247,f(x_4)=1.4142,h=0.5.$

（10 分）

于是　$$\int_0^2\sqrt{x}\mathrm{d}x\approx\frac{0.5}{2}[0+2(0.7071+1+1.2247)+1.4142]$$

$$=\frac{0.5}{2}\times7.2778=1.8195$$ （15 分）

13. $a=0,b=1,\varepsilon=0.05$，则二分次数为 $n\geqslant\frac{\ln1-\ln0.05}{\ln2}-1=3.3$ （5 分）

取 $n=4.\ a_0=0,b_0=1,f(x)=3x+\sin x-\mathrm{e}^x$

$f(0)=-1<0,f(1)=1.12>0$

$x_0=\frac{1}{2}=0.5,f(0.5)=3\times0.5+\sin0.5-\mathrm{e}^{0.5}>0$

令 $a_1=0,b_1=0.5$，

$$x_1=\frac{0.5}{2}=0.25,f(0.25)=3\times0.25+\sin0.25-\mathrm{e}^{0.25}<0$$ （8 分）

令 $a_2=0.25,b_2=0.5$，

$x_2=\frac{0.5+0.25}{2}=0.375,f(0.375)=3\times0.375+\sin0.375-\mathrm{e}^{0.375}>0$，

令 $a_3=0.25,b_3=0.375$，

$x_3=\frac{0.25+0.375}{2}=0.3125,f(0.3125)=3\times0.3125+\sin0.3125-\mathrm{e}^{0.3125}<0$，（12 分）

令 $a_4=0.3125, b_4=0.375$,

$$x_4=\frac{0.3125+0.375}{2}=0.3438,$$

所求根为　$x^*\approx 0.3438$　　(15 分)

14. 已知 $h=0.5$,写出本题计算公式

$$\bar{y}_{k+1}=y_k+h(x_k^2+x_k-y_k)$$　　(5 分)

$$y_{k+1}=y_k+\frac{h}{2}[x_k^2+x_k-y_k)+(x_{k+1}^2+x_{k+1}-\bar{y}_{k+1})$$

当 $k=0$ 时,$x_0=0, y_0=0, x_1=0.5$,

$$\bar{y}_1=0+0.5\times(0^2+0-0)=0$$

$$y_1=0+\frac{0.5}{2}[0^2+0-0)+(0.5^2+0.5-0)=0.1875$$　　(10 分)

当 $k=1$ 时,$x_1=0.5, y_1=0.1875, x_2=1$

$$\bar{y}_2=0.1875+0.5\times(0.5^2+0.5-0.1875)=0.4688$$

$$y_2=0.1875+\frac{0.5}{2}[0.5^2+0.5-0.1875)+(1^2+1-0.4688)]=0.7109$$　　(15 分)

四、证明题(本题 10 分)

15. 雅可比迭代矩阵为

$$\boldsymbol{B}_0=-\begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.4 \\ -0.25 & 0 & 0.5 \\ -0.6 & -0.3 & 0 \end{bmatrix}$$　　(4 分)

于是有

$$|\lambda\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}_0|=\begin{vmatrix} \lambda & 0.1 & 0.4 \\ -0.25 & \lambda & 0.5 \\ -0.6 & -0.3 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$=\lambda^3-0.03+0.03+0.24\lambda+0.025\lambda+0.15\lambda$$

$$=\lambda^3+0.415\lambda=0$$　　(7 分)

解得 $\lambda_1=0, \lambda_{2,3}=\pm 0.6442i, \max\limits_{1\leqslant i\leqslant 3}|\lambda_i|=0.6442<1$

由迭代法收敛的充分必要条件,知道用雅可比迭代法解原方程组收敛.　　(10 分)