

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2005—2006 学年度第二学期“开放专科”期末考试

数控技术专业 微积分初步 试题

2006 年 7 月

注意事项

一、将你的学号、姓名及分校(工作站)名称填写在答题纸的规定栏内。

二、仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。答案一定要写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。

三、考试结束后,把试题和答题纸放在桌上,试题和答题纸均不得带出考场。

一、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)}$ 的定义域是(1)_____。

2. 函数 $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ 的间断点是(2)_____。

3. 曲线 $f(x) = \sqrt{x} + 1$ 在(1,2)点的斜率是(3)_____。

4. 若 $\int f(x)dx = \sin 2x + c$, 则 $f(x) =$ (4)_____。

5. 微分方程 $xy'' + (y')^3 = 0$ 的阶数是(5)_____。

二、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 设函数 $y = \frac{e^{-x} - e^x}{2}$, 则该函数是()。

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

D. 既奇又偶函数

2. 若函数 $f(x) = \frac{\sin x}{2x}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ ()。

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 不存在

3. 函数 $y=(x+1)^2$ 在区间 $(-2,2)$ 是() .
- A. 单调增加
 - B. 单调减少
 - C. 先减后增
 - D. 先增后减

4. 下列无穷积分收敛的是() .
- A. $\int_1^{+\infty} \sin x dx$
 - B. $\int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$
 - C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$
 - D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

5. 微分方程 $y'=y$ 的通解是() .
- A. $y=\frac{1}{2}x^2+c$
 - B. $y=x^2+c$
 - C. $y=e^x+c$
 - D. $y=ce^x$

三、计算题(本题共 54 分, 每小题 9 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$.
2. 设 $y=x^{\frac{3}{2}}+\ln \cos x$, 求 y' .
3. 设 $y=y(x)$ 是由方程 $x^2+y^2+xy=0$ 确定的隐函数, 求 dy .
4. 计算不定积分 $\int \frac{e^x}{\sqrt{5+e^x}} dx$.
5. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.
6. 求微分方程 $y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{\ln x}$ 的通解.

四、应用题(本题 12 分)

用钢板焊接一个容积为 $4m^3$ 的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 0 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

五、证明题(本题 4 分)

设 $f''(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明: $\int_a^b x f''(x) dx = [bf'(b) - f(b)] - [af'(a) - f(a)]$

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2005—2006 学年度第二学期“开放专科”期末考试

数控技术专业 微积分初步 试题答题纸

2006 年 7 月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

得分	评卷人

一、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. (1)

2. (2)

3. (3)

4. (4)

5. (5)

得分	评卷人

二、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1.

2.

3.

4.

5.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 54 分,每小题 9 分)

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 12 分)

得 分	评卷人

五、证明题(本题 4 分)

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2005—2006 学年度第二学期“开放专科”期末考试

数控技术专业 微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2006 年 7 月

一、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. (1) $(-2, -1) \cup (-1, +\infty)$

2. (2) $x=3$

3. (3) $\frac{1}{2}$

4. (4) $2\cos 2x$

5. (5) 2

二、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. A

2. B

3. C

4. B

5. D

三、计算题(本题共 54 分,每小题 9 分)

1. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{2}$ 9 分

2. 解: $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\cos x}(-\sin x)$ 7 分

$= \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \tan x$ 9 分

3. 解:方程两边对 x 求导,得

$$2x + 2yy' + (y + xy') = 0$$

$$y' = -\frac{2x+y}{2y+x} \quad 7 \text{ 分}$$

于是得到 $dy = -\frac{2x+y}{2y+x}dx$ 9 分

4. 解: $\int \frac{e^x}{\sqrt{5+e^x}}dx = \int \frac{d(5+e^x)}{\sqrt{5+e^x}}dx = 2\sqrt{5+e^x} + c$ 9 分

5. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 9分

6. 解: 因为 $P(x) = -\frac{1}{x}, Q(x) = \frac{1}{\ln x},$

由通解公式得方程的通解为

$$y = e^{-\int \frac{1}{x} dx} \left(\int \frac{1}{\ln x} e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + c \right) \quad 5分$$

$$= x \left(\int \frac{1}{x \ln x} dx + c \right)$$

$$= x(\ln |\ln x| + c) \quad 9分$$

四、应用题(本题 12 分)

解: 设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 且有 $h = \frac{4}{x^2}$

所以 $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x},$ 4分

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令 $S'(x) = 0$, 得 $x = 2$,

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x = 2, h = 1$ 时水箱的表面积最小.

10分

此时的费用为 $S(2) \times 10 + 40 = 160$ (元)

12分

五、证明题(本题 4 分)

证明: $\int_a^b x f''(x) dx = \int_a^b x df'(x) = [x f'(x)] \Big|_a^b - \int_a^b f'(x) dx = b f'(b) - a f'(a) - f(x) \Big|_a^b$

$$= [b f'(b) - f(b)] - [a f'(a) - f(a)] \quad (\text{证毕}) \quad 4分$$