试卷代号：1012 　　　　　　　　　　　　**座位号**□□

中央广播电视大学2006—2007学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(2)　试题

2007年1月

题　号	一	二	三	总　分
分　数				

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分，共20分)

1. 若误差限为 0.5×10^{-5}，那么近似数0.003400有(　　)位有效数字.

A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 6

2. 用高斯——赛德尔迭代法解线性方程组 $AX=b$，假设已知 $\tilde{L},\tilde{U},D$. 则高斯——赛德尔迭代矩阵 $G=$(　　).

A. $-(D+\tilde{L})^{-1}\tilde{U}$

B. $(D+\tilde{L})^{-1}\tilde{U}$

C. $-D^{-1}(\tilde{L}+\tilde{U})$

D. $D^{-1}(\tilde{L}+\tilde{U})$

3. 求积公式 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\approx\sum_{k=0}^{n}A_kf(x_k)$，若(　　)，则称该公式具有 m 次代数精度.

A. 对于 m 次多项式该公式精确成立，$m+1$ 次多项式不成立

B. 对于大于 m 次多项式该公式精确成立，m 次多项式不成立

C. 对于小于 m 次多项式该公式精确成立，大于 m 次多项式不成立

D. 对于不超过 m 次多项式该公式精确成立，有 $m+1$ 次多项式不成立

4. 通过曲线 $f(x)$ 上的点 $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ 和 $(x_k, f(x_k))$ 的直线与 x 轴交点的横坐标是（　　），就是弦截法解方程 $f(x)=0$ 的根的迭代公式.

A. $x_k + \dfrac{f(x_k)}{f(x_k)-f(x_{k-1})}(x_k - x_{k-1})$　　B. $x_k - \dfrac{f(x_k)}{f(x_k)+f(x_{k-1})}(x_k - x_{k-1})$

C. $x_k - \dfrac{f(x_k)}{f(x_k)-f(x_{k-1})}(x_k - x_{k-1})$　　D. $x_k - \dfrac{f(x_k)}{f(x_{k-1})-f(x_k)}(x_k - x_{k-1})$

5. 解微分方程初值问题的方法，（　　）的局部截断误差为 $O(h^3)$.

A. 欧拉法　　B. 改进欧拉法

C. 三阶龙格——库塔法　　D. 四阶龙格——库塔法

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

6. 设近似值 x_1，x_2 满足 $\varepsilon(x_1)=0.05$，$\varepsilon(x_2)=0.005$，那么 $\varepsilon(x_1 x_2)=$ ____________.

7. 用列主元消去法解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

第 1 次选主元 $a_{21}=5$ 进行消元后，第 2 次应选主元____________.

8. 已知函数 $f(0.4)=0.411$，$f(0.5)=0.578$，$f(0.6)=0.697$，用此函数表作牛顿插值多项式，那么插值多项式 x^2 的系数是____________.

9. 牛顿——科茨求积公式中的科茨系数 $C_k^{(n)}(k=0,1,\cdots,n)$ 满足的两条性质是____________.

10. 设初值问题

$$\begin{cases} y' = y + 1 \quad (0 \leqslant x \leqslant 1) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

把区间[0,1]作 10 等分，用欧拉法解该初值问题的公式为____________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 已知一组试验数据

x_k	2	2.5	3	4	5	5.5
y_k	4	4.5	6	8	8.5	9

试用直线拟合这组数据.(计算过程保留 3 位小数)

12. (1) 用四个节点的高斯——勒让德求积公式计算定积分$\int_{-1}^{1}\sqrt{1+x}\,\mathrm{d}x$,计算过程保留 4 位小数.

(节点和系数分别为 $x_{0,3}=\pm(0.861136$, $A_{0,3}=0.347855$; $x_{1,2}=\pm0.339981$, $A_{1,2}=0.652145)$

(2) 若用高斯——勒让德求积公式计算定积分$\int_{0}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x$,需要如何变换?

13. 用牛顿法求方程 $xe^x-1=0$ 在$[0.5,0.6]$之间的一个近似根,初始值取 0.5 或 0.6 之一.满足$|x_{k+1}-x_k|\leqslant0.001$,计算过程保留 5 位小数.

14. 取 $h=0.2$,用改进欧拉法预报——校正公式求初值问题

$$\begin{cases}y'=-2xy & (0\leqslant x\leqslant 0.5)\\ y(0)=1\end{cases}$$

在 $x=0.2,0.4$ 处的数值解.计算过程保留 4 位小数.

试卷代号：1012

中央广播电视大学2006—2007学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机专业　计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

（供参考）

2007年1月

一、单项选择题(每小题4分，共20分)

1.B　　2.A　　3.D　　4.C　　5.B

二、填空题(每小题4分，共20分)

6. $0.05|x_2|+0.005|x_1|$

7. -2.8

8. -2.4

9. $\sum_{k=0}^{n} C_k^{(n)}=1; C_k^{(n)}=C_{n-k}^{(n)}$(或归一性和对称性)

10. $y(x_{k+1})\approx y_{k+1}=y_k+0.1(y_k+1)\quad(k=0,1,2,\cdots,n-1),y_0=y(0)$

三、计算题(每小题15分，共60分)

11. 解：设直线 $y=a_0+a_1x$，那么 a_0,a_1 满足的法方程组公式为

$$\begin{cases} a_0 n+a_1\sum x_k=\sum y_k \\ a_0\sum x_k+a_1\sum x_k^2=\sum x_k y_k \end{cases} \qquad (3分)$$

代入数据，经计算得到法方程组为

$$\begin{cases} 6a_0+22a_1=40 \\ 22a_0+90.5a_1=161.25 \end{cases} \qquad (9分)$$

解得 $a_0=1.229, a_1=1.483$　　(14分)

所求直线方程为 $y=1.229+1.483x$　　(15分)

12. 解：(1)由高斯——勒让德求积公式

$$\int_{-1}^{1}\sqrt{1+x}\,dx=[0.3479\times(\sqrt{1-0.8611}+\sqrt{1+0.8611})$$

$$+0.6521\times(\sqrt{1-0.3400}+\sqrt{1+0.3400})] \qquad (6分)$$

$$=0.3479\times1.7369+0.6521\times1.9700=1.8889 \qquad (12分)$$

(2)高斯——勒让德求积公式只限于积分区间是[－1,1],要计算[0,1]上的积分,需作变换

$$x=\frac{t}{2}+\frac{1}{2}$$

将[0,1]变换为[－1,1]. (15 分)

13. 解:$f(x)=xe^x-1$,因为 $f'(x)=e^x+xe^x$,$f''(x)=e^x(2+x)$,

$f(0.5)f''(0.5)=(0.5e^{0.5}-1)e^{0.5}(2+0.5)<0$,

$f(0.6)f''(0.6)=(0.6e^{0.6}-1)e^{0.6}(2+0.6)>0$

取 $x_0=0.6$. 牛顿法迭代公式 (5 分)

$$x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}=x_k-\frac{x_k-e^{-x_k}}{1+x_k}\quad(k=0,1,2,\cdots\cdots)$$ (10 分)

$$x_1=0.6-\frac{0.6-e^{-0.6}}{1+0.6}=0.56801$$

$$x_2=0.56801-\frac{0.56801-e^{-0.56801}}{1+0.56801}=0.56714$$

$$x_3=0.56714-\frac{0.56714-e^{-0.56714}}{1+0.56714}=0.56714$$

$x^*\approx0.56714$ (15 分)

14. 解:改进欧拉法预报——校正公式为

$$\bar{y}_{k+1}=y_k+hf(x_k,y_k)=y_k-0.4x_ky_k=y(1-0.4x_k)$$

$$y_{k+1}=y_k+\frac{h}{2}[f(x_k,y_k)+f(x_{k+1},\bar{y}_{k+1})=y_k(1-0.2x_k)-0.2x_{k+1}\bar{y}_{k+1}$$ (5 分)

$h=0.2$, $x_0=0$, $y_0=1$, $x_1=0.2$,于是有

$$\begin{cases}\bar{y}_1=1(1-0.4\times0)=1\\ y(x_1)\approx y_1=1\times(1-0.2\times0)-0.2\times0.2\times1=0.96\end{cases}$$

$x_1=0.2$, $y_1=0.96$, $x_2=0.4$,于是有

$$\begin{cases}\bar{y}_2=0.96\times(1-0.4\times0.2)=0.8832\\ y(x_2)\approx y_2=0.96\times(1-0.2\times0.2)-0.2\times0.4\times0.8832=0.8509\end{cases}$$ (12 分)

所求为 $y(0.2)\approx0.9600\quad y(0.4)\approx0.8509$ (15 分)