试卷代号:1012 **座位号□□**

中央广播电视大学2006—2007学年度第二学期"开放本科"期末考试(半开卷)

计算机专业 计算机数学基础(2) 试题

2007年7月

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. 数值 $x^*=2.197224577\cdots$ 的六位有效数字的近似值 $x=($ $)$.

A. 2.19722　　B. 2.19723

C. 2.19720　　D. 2.197225

2. 当线性方程组 $AX=b$ 的系数矩阵 A 是( )时,用列主元消去法解 $AX=b$,A 的主对角线的元素一定是主元.

A. 上三角形矩阵　　B. 主对角线元素不为0的矩阵

C. 对称且严格对角占优矩阵　　D. 正定对称矩阵

3. 过(0,1),(2,4),(3,1)点的分段线性插值函数 $P(x)=($ $)$.

A. $\begin{cases}\frac{3}{2}x+1 & 0\leqslant x\leqslant 2\\ -3x+10 & 2<x\leqslant 3\end{cases}$　　B. $\begin{cases}\frac{3}{2}x+1 & 0\leqslant x\leqslant 2\\ -3x^2+10 & 2<x\leqslant 3\end{cases}$

C. $\begin{cases}\frac{3}{2}x-1 & 0\leqslant x\leqslant 2\\ -3x+10 & 2<x\leqslant 3\end{cases}$　　D. $\begin{cases}\frac{3}{2}x+1 & 0\leqslant x\leqslant 2\\ -x+4 & 2<x\leqslant 3\end{cases}$

4. 用二分法求方程 $f(x)=0$ 在区间 $[a,b]$ 上的根,那么二分有根区间的次数 $n($ $)$.

A. 只与函数 $f(x)$ 有关

B. 只与有根区间的长度以及误差限有关

C. 与有根区间的长度、误差限以及函数 $f(x)$ 有关

D. 只与误差限有关

5. 已知 n 对观测数据 (x_k, y_k)，$k=1,2\cdots,n$. 这 n 个点的拟合直线 $y=a_0x+a_1$ 中，a_0，a_1 是使(　　)最小的解.

A. $\sum_{k=1}^{n}\left|y_y-a_0-a_1x_k\right|$

B. $\sum_{k=1}^{n}(y_y-a_0-a_1x_k)$

C. $\sum_{k=1}^{n}(y_y-a_0-a_1x_k^2)$

D. $\sum_{k=1}^{n}(y_y-a_0-a_1x_k)^2$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

6. 设近似值 $x=-9.73421$ 的相对误差限是 0.0005，则 x 至少有______位有效数字.

7. 设线性方程组 $AX=b$ 的系数矩阵为 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.75 \\ 0.75 & 1 & 0.75 \\ 0.75 & 0.75 & 1 \end{bmatrix}$，那么雅可比迭代矩阵 $B_0=$______________________.

8. 已知 $\sqrt{100}=10$，$\sqrt{121}=11$ 那么用线性插值求 $\sqrt{110}$ 的近似值的计算公式为______________________.(只要求写出公式，不写公式不得分)

9. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0,0.5$ 处的函数值 $f(0)=1$ 和 $f(0.5)=1.20$，那么 $f'(1)\approx$__________.

10. 用牛顿法求方程 $f(x)=0$ 在$[a,b]$内的根，已知 $f'(x)$在$[a,b]$内不为 0，$f''(x)$在$[a,b]$内不变号，那么选择初始值 x_0 满足______________________________，则它的迭代解数列一定收敛到方程 $f(x)=0$ 的根.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分，共 60 分)

11. 用高斯——赛德尔迭代法求线性方程组

$$\begin{cases} 10x_1+3x_2+x_3=14 \\ 2x_1-10x_2+3x_3=-5 \\ x_1+3x_2+10x_3=14 \end{cases}$$

的 $X^{(2)}$，取初始值 $(0,0,0)^T$，计算过程保留 4 位小数.

12. 将区间[1,9]作 8 等分，试用复化梯形公式求积分

$$\int_1^9 \sqrt{6x-5}\,\mathrm{d}x$$

的近似值，计算过程中保留 3 位小数.

13. 用弦截法求方程 $x-\sin x-0.5=0$ 在[1.4,1.6]之间的一个近似根，满足 $|x_{k+1}-x_k|\leqslant 0.01$，计算过程保留 4 位小数.

14. 用欧拉法求初值问题

$$\begin{cases} y'=x-y+1 \quad 0\leqslant x\leqslant 0.4 \\ y(0)=1 \end{cases}$$

的数值解，取 $h=0.1$，并将计算结果与精确解 $y(x)=x+\mathrm{e}^{-x}$ 进行比较.

计算过程保留 3 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学2006—2007学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机专业　计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2007年7月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. A　　2. C　　3. A　　4. B　　5. D

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 3

7. $\begin{bmatrix} 0 & -0.75 & -0.75 \\ -0.75 & 0 & -0.75 \\ -0.75 & -0.75 & 0 \end{bmatrix}$

8. $\dfrac{110-121}{100-121}\times 10+\dfrac{110-100}{121-100}\times 11$

9. 0.4

10. $f(x_0)f''(x_0)>0$(或$f(x_0)$与$f''(x_0)$同号)

三、计算题(每小题15分,共60分)

11. 解:写出迭代格式

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)}=0-0.3x_2^{(k)}-0.1x_3^{(k)}+1.4 \\ x_2^{(k+1)}=0.2x_1^{(k+1)}+0+0.3x_3^{(k)}+0.5 \\ x_3^{(k+1)}=-0.1x_1^{(k+1)}-0.3x_2^{(k+1)}+0+1.4 \end{cases}$$ (5分)

$X^{(0)}=(0,0,0)^T$.

$$\begin{cases} x_1^{(1)}=0-0.3\times 0-0.1\times 0+1.4=1.4 \\ x_2^{(1)}=0.2\times 1.4+0+0.3\times 0+0.5=0.78 \\ x_3^{(1)}=-0.1\times 1.4-0.3\times 0.78+0+1.4=1.026 \end{cases}$$

得到 $X^{(1)}=(1.4,0.78,1.026)^T$ (10分)

$$\begin{cases} x_1^{(2)}=0-0.3\times0.78-0.1\times1.026+1.4=1.0634 \\ x_2^{(2)}=0.2\times1.0634+0+0.3\times1.026+0.5=1.0205 \\ x_3^{(2)}=-0.1\times1.0634-0.3\times1.0205+0+1.4=0.9875 \end{cases}$$

得到 $X^{(2)}=(1.0634,1.0205,0.9875)^T$ （15 分）

12. 解：计算列表

k	x_k	$f(x_k)=\sqrt{6x-5}$
0	1	1.000
1	2	2.646
2	3	3.606
3	4	4.359
4	5	5.000
5	6	5.568
5	7	6.083
7	8	6.557
8	9	7.000

（8 分）

$h=1$，用梯形公式

$$\int_1^9\sqrt{6x-5}\,\mathrm{d}x=\frac{h}{2}[f(x_0)+f(x_8)+2\sum_{k=1}^{7}f(x_k)]$$ （12 分）

$$=\frac{1}{2}\times[1+7+2(2.646+3.606+4.359+5.000+5.568+6.083+6.557)]$$

$$=37.819$$ （15 分）

13. 解：设 $f(x)=x-\sin x-0.5$，取 $x_0=1.4$，$x_1=1.6$，$f(1.4)=-0.0855<0$，$f(1.6)=0.1004>0$，故 $f(x)=0$ 在 $[1.4,1.6]$ 内有根. （3 分）

弦截法的公式为：$x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f(x_n)-f(x_{n-1})}(x_n-x_{n-1})\quad(n=1,2,\cdots)$

于是，代入函数 $f(x)$，本题有迭代公式

$$x_{n+1}=x_n-\frac{x_n-\sin x_n-0.5}{x_n-x_{n-1}-\sin x_n+\sin x_{n-1}}(x_n-x_{n-1})$$ （7 分）

$$x_2=1.6-\frac{1.6-\sin1.6-0.5}{1.6-1.4-\sin1.6+\sin1.4}(1.6-1.4)=1.4919$$

$|x_2-x_1|=0.1081$,不满足精度要求. (11分)

当 $n=2$ 时,

$$x_3=1.4919-\frac{1.4919-\sin 1.4919-0.5}{1.4919-1.6-\sin 1.4919+\sin 1.6}(1.4919-1.6)=1.4970$$

$|x_3-x_2|=0.0051$,满足精度要求.

所求方程的解为 $x^*\approx 1.4970$ (15分)

14. 解:$f(x,y)=x-y+1$,$h=0.1$,有计算公式

$$y_{k+1}=y_k+0.1\times(x_k-y_k+1)=0.1+0.1x_k+0.9y_k \qquad (k=0,1,2,3)$$

当 $k=0$ 时,$y_1=0.1+0.1\times 0+0.9\times 1=1$,

$y(0.1)=0.1+e^{-0.1}=1.005$. $|y_1-y(0.1)|=0.005$ (4分)

当 $k=1$ 时,$y_2=0.1+0.1\times 0.1+0.9\times 1=1.01$,

$y(0.2)=0.2+e^{-0.2}=1.019$. $|y_2-y(0.2)|=0.009$ (8分)

当 $k=2$ 时,$y_3=0.1+0.1\times 0.2+0.9\times 1.01=1.029$,

$y(0.3)=0.3+e^{-0.3}=1.041$. $|y_3-y(0.3)|=0.012$ (12分)

当 $k=3$ 时,$y_4=0.1+0.1\times 0.3+0.9\times 1.029=1.056$,

$y(0.4)=0.4+e^{-0.4}=1.070$. $|y_4-y(0.4)|=0.014$ (15分)

可以看出,越远离原点,误差越大.