

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2007—2008 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机专业 计算机数学基础(1) 试题

2008 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设集合 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, 则 $P(A) = (\quad)$.
A. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$
B. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
C. $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
D. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}\}$
2. 设 A, B, C 为三个集合, 那么以下推理正确的是().
A. $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \in C$
B. $A \in B, B \in C$, 则 $A \in C$
C. $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$
D. $A \in B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$
3. 以下结论正确的是().
A. 仅有一个孤立结点构成的图是零图
B. 无向完全图 K_n 每个结点的度数是 n
C. 有 $n(n > 1)$ 个孤立结点构成的图是平凡图
D. 图中的初级回路都是简单回路

4. 设 \mathbf{Z}^+ 是正整数, 任给 $a, b \in \mathbf{Z}^+$, 定义下列二元运算, 那么代数运算在 \mathbf{Z}^+ 上不满足结合律的是().

A. $a * b = a + b - ab$

B. $a * b = a + 2b$

C. $a * b = b$

D. $a * b = \gcd(a, b)$, 其中 $\gcd(a, b)$ 表示 a 和 b 的最大公约数

5. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, R 是 A 上的二元关系, 其关系矩阵为

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则 R 的关系表达式是().

A. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle\}$

B. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$

C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle\}$

D. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

6. 设 $Q(x)$: x 是有理数, $Z(x)$: x 是整数. 则命题“有的有理数是整数”在谓词逻辑中符号化为_____.

7. 设 A 是一个谓词公式, 如果 A 在_____, 则称谓词公式 A 是逻辑有效式(或永真式).

8. 若图中只有两个奇数度结点, 则这两个奇数度结点必是_____的.

9. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$, 那么集合 A 到 B 的双射函数是_____.

10. 设 \mathbf{Z} 是整数集, 则 $(\mathbf{Z}, +)$ 是加法群, 因为任给 $n \in \mathbf{Z}$, 都有 $n = \underline{\hspace{2cm}}$, 其中 1 是生成元, 所以 $(\mathbf{Z}, +)$ 是循环群.

得分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 判别命题公式 $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P)$ 的类型(永真式、矛盾式或仅可满足式),并指出该公式的成真赋值.

12. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 已知 A 上的二元关系 R 的关系图, 如图 1, 试写出 R 的集合表达式, 并指出 R 具有的性质.

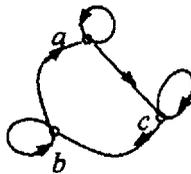


图 1

13. 在图 2 的四个图中, (1) 哪些是强连通图? (2) 哪些是单侧连通图? (3) 哪些是弱连通图?

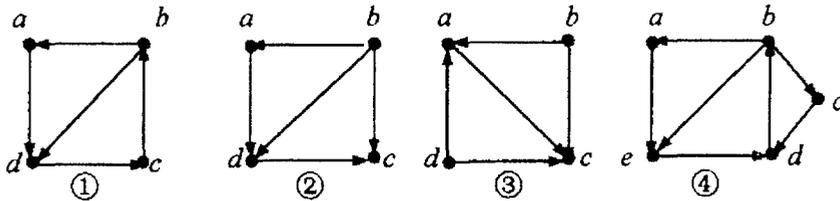


图 2

14. 给定解释 I 如下:

- ① 个体域 D 是实数集;
- ② D 中特定元素 $a = 0$;
- ③ 函数 $f(x, y) : x - y$;
- ④ 谓词 $F(x, y) : x = y, G(x, y) : x < y$.

求在解释 I 下谓词公式 $\forall x \forall y (F(f(x, y), a) \rightarrow G(x, y))$ 和 $\forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow \neg F(x, y))$ 的真值.

15. 设 $f(x,y) \Leftrightarrow (x \wedge (\alpha \vee y)) \vee (\neg x \vee \neg y)$ 是布尔代数 $(\{0, \alpha, \beta, 1\}, \neg, \wedge, \vee)$ 上由 x, y 产生的一个布尔表达式, 求 $f(a, b)$ 与 $f(0, 1)$.

得 分	评卷人

四、证明题(本题共 10 分)

16. 利用图 3(平面图), 验证欧拉公式成立.

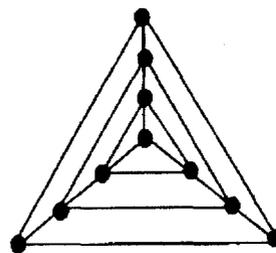


图 3

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2007—2008 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机专业 计算机数学基础(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2008 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. B 2. C 3. D 4. B 5. A

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. $\exists x(Q(x) \wedge Z(x))$
7. 任何解释下都为真
8. 连通
9. $f_1 = \{ \langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle \}, f_2 = \{ \langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle \}$
10. 1^n

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg P) = \neg P \vee Q$ (4 分)

所以, $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P)$ 是仅可满足式. (8 分)

该公式的成真赋值: $(0, 0), (0, 1), (1, 1)$. (10 分)

12. R 的表达式为

$$R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, c \rangle \} \quad (6 \text{ 分})$$

R 具有自反性, 反对称性. (10 分)

13. (1) ①, ④ 是强连通图; (4 分)

(2) ①, ②, ④ (或只答 ②) 是单侧连通图; (7 分)

(3) ①, ②, ③, ④ (或只答 ③) 是弱连通图. (10 分)

14. $\forall x \forall y (F(f(x, y), a) \rightarrow G(x, y)) \Leftrightarrow \forall x \forall y (F(x - y, 0) \rightarrow (x < y))$
 $\Leftrightarrow \forall x \forall y (x - y = 0 \rightarrow x < y) \Leftrightarrow 0$ (5 分)

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow \neg F(x, y)) \Leftrightarrow \forall x \forall y ((x < y) \rightarrow \neg (x = y)) \\ & \Leftrightarrow \forall x \forall y (x < y \rightarrow x \neq y) \Leftrightarrow 1 \end{aligned} \quad (10 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned}
15. (1) f(a, b) &\Leftrightarrow (a \wedge (a \vee b)) \vee (\neg a \vee \neg b) \\
&\Leftrightarrow ((a \wedge a) \vee (a \wedge b)) \vee (\neg a \vee \neg b) \\
&\Leftrightarrow (a \wedge a) \vee ((a \wedge b) \vee \neg(a \wedge b)) \\
&\Leftrightarrow (a \wedge a) \vee 1 \Leftrightarrow 1 \qquad (6 \text{分})
\end{aligned}$$

$$(2) f(0, 1) \Leftrightarrow (0 \wedge (0 \vee 1)) \vee (\neg 0 \vee \neg 1) \Leftrightarrow 1 \qquad (10 \text{分})$$

四、证明题(本题共 10 分)

16. 如图 3, 有

$r=10$ 个面, $v=10$ 个结点, $e=18$ 条边. (5 分)

有 $v - e + r = 10 - 18 + 10 = 2$

所以, 欧拉公式成立. (10 分)