**试卷代号：1012** **座位号**□□

中央广播电视大学 2007—2008 学年度第一学期"开放本科"期末考试(半开卷)

# 计算机专业　计算机数学基础(2)　试题

2008 年 1 月

| 题　号 | 一 | 二 | 三 | 总　分 |
|---|---|---|---|---|
| 分　数 | | | | |

| 得　分 | 评卷人 |
|---|---|
| | |

## 一、单项选择题(每小题 4 分，共 20 分)

1. 若近似值 $x$ 的绝对误差限为 $\varepsilon=0.5\times10^{-2}$，那么以下有 4 位有效数字的 $x$ 值是(　　).

A. 0.9344　　　　B. 9.344

C. 93.44　　　　D. 934.4

2. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}10 & -2 & -1\\ -2 & 10 & -1\\ -1 & -2 & 5\end{bmatrix}$，那么以 $A$ 为系数矩阵的线性方程组 $AX=b$ 的雅可比迭代矩阵为(　　).

A. $\begin{bmatrix}0 & 0.2 & 0.1\\ 0.2 & 0 & 0.1\\ 0.2 & 0.4 & 0\end{bmatrix}$　　　　B. $\begin{bmatrix}1 & 0.2 & 0.1\\ 0.2 & 1 & 0.1\\ 0.2 & 0.4 & 1\end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix}0 & -0.2 & -0.1\\ -0.2 & 0 & -0.1\\ -0.2 & -0.4 & 0\end{bmatrix}$　　　　D. $\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{bmatrix}$

3. 已知 $n=4$ 时牛顿—科茨求积公式的科茨系数 $C_0^{(4)}=\frac{7}{90}$，$C_1^{(4)}=\frac{16}{45}$，$C_2^{(4)}=\frac{2}{15}$，那么 $C_3^{(4)}$ $=$(　　).

A. $\frac{7}{90}$　　　　B. $\frac{16}{45}$

C. $\frac{2}{15}$　　　　D. $\frac{39}{90}$

4. 用二点高斯——勒让德求积公式计算定积分$\int_0^1 \sqrt{1+x}\,dx$的计算公式是(　　)(已知节点$x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$,系数$A=1$).

A. $\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}$

B. $2\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}$

C. $\frac{1}{2}(\sqrt{1+\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{1}{2}}+\sqrt{1-\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{1}{2}})$

D. $\frac{1}{2}(\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}+\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{3}}})$

5. 取$h=0.2$,用欧拉法求初值问题

$$\begin{cases} y'=xy \quad (0\leqslant x\leqslant 0.6) \\ y(0)=1 \end{cases}$$

在$x=0.2, 0.4, 0.6$处的数值解的公式$y_{k+1}=$(　　),$k=0,1,2$

A. $y_0+0.2x_ky_k$　　　　B. $(1+0.2x_k)y_k$

C. $y_k+x_ky_k$　　　　D. $(0.2+x_k)y_k$

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 用四舍五入的方法得到近似值$x=0.0514$,那么$x$的相对误差限分别为________.

7. 已知四对互异节点$(x_0,y_0),(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3)$以及各阶均差$f(x_0)=12$,$f(x_0,x_1)=-2$,$f(x_0,x_1,x_2)=3$,$f(x_0,x_1,x_2,x_3)=0$. 则过这些点的牛顿插值多项式$N(x)=$________________________.

8. 已知函数值$f(0.7)=0.343$,$f(1.1)=1.331$,$f(1.5)=3.375$,用抛物线求积公式计算定积分$\int_{0.7}^{1.5}f(x)dx$,那么$\int_{0.7}^{1.5}f(x)dx\approx$________.

9. 设函数$f(x)$在区间$[0,1]$上连续,若满足________________,则方程$f(x)=0$在区间$[0,1]$一定有实根.

10. 已知函数$y=f(x)$在点$x_1=2$和$x_2=5$处的函数值分别为18和54,已知$f'(5)\approx 12$,则$f'(2)\approx$______.

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用简单迭代法求线性方程组

$$\begin{cases} 8x_1-3x_2+2x_3=20 \\ 4x_1+11x_2-x_3=33 \\ 6x_1+3x_2+12x_3=36 \end{cases}$$

的 $X^{(3)}$. 取初始值$(0,0,0)^T$,计算过程保留 4 位小数.

12. 已知数据表

| $x_k$ | 10 | 11 | 12 | 13 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $f(x_k)$ | 2.3026 | 2.3979 | 2.4849 | 2.5649 |

试用二次插值计算 $f(11.75)$(计算过程保留 4 位小数). 并回答用线性插值计算$f(11.75)$应取哪两个点更好?

13. 用二分法求方程 $f(x)=\sin x-\frac{x^2}{4}=0$ 在区间$[1.5,2]$内的实根的近似值,使误差不超过 0.01. 计算过程保留 5 位小数.

14. 用平均形式的改进欧拉法求解初值问题

$$\begin{cases} y'=x-y+1 \\ y(0)=1 \end{cases}$$

取 $h=0.2$,求 $x=0.2,0.4$ 时的数值解. 计算过程保留 4 位小数.

试卷代号:1012

# 中央广播电视大学2007—2008学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

# 计算机专业　计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

（供参考）

2008年1月

## 一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1.C　　2.A　　3.B　　4.D　　5.B

## 二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 0.001

7. $12-2(x-x_0)+3(x-x_0)(x-x_1)$

8. 1.206

9. $f(0)f(1)<0$

10. 12

## 三、计算题(每小题15分,共60分)

11.解:写出迭代格式

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)}=0+0.375x_2^{(k)}-0.25x_3^{(k)}+2.5 \\ x_2^{(k+1)}=-0.3636x_1^{(k)}+0+0.0909x_3^{(k)}+3 \\ x_3^{(k+1)}=-0.5x_1^{(k)}-0.25x_2^{(k)}+0+3 \end{cases}$$ (5分)

$X^{(0)}=(0,0,0)^T$.

$$\begin{cases} x_1^{(1)}=0+0.375\times0-0.25\times0+2.5=2.5 \\ x_2^{(1)}=-0.3636\times0+0+0.0909\times0+3=3 \\ x_3^{(1)}=-0.5\times0-0.25\times0+0+3=3 \end{cases}$$

得到 $X^{(1)}=(2.5,3,3)^T$ (9分)

$$\begin{cases} x_1^{(2)}=0+0.375\times3-0.25\times3+2.5=2.875 \\ x_2^{(2)}=-0.3636\times2.5+0+0.0909\times3+3=2.3637 \\ x_3^{(2)}=-0.5\times2.5-0.25\times3+0+3=1.0000 \end{cases}$$

得到 $X^{(2)}=(2.875,2.3637,1.0000)^T$ （12 分）

$$\begin{cases} x_1^{(3)}=0+0.375\times2.3637-0.25\times1+2.5=3.1364 \\ x_2^{(3)}=-0.3636\times2.875+0+0.0909\times1+3=2.0456 \\ x_3^{(3)}=-0.5\times2.875-0.25\times2.3637+0+3=0.9716 \end{cases}$$

得到 $X^{(3)}=(3.1364,2.0456,0.9716)^T$. （15 分）

12. 解：因为 11.75 更接近 12，故应取 11，12，13 三点作二次插值.

$$P_2(x)=\frac{(x-12)(x-13)}{2}\times2.3979-\frac{(x-11)(x-13)}{1}\times2.4849$$

$$+\frac{(x-11)(x-12)}{2}\times2.5649 \qquad (6\text{ 分})$$

$$f(11.75)\approx P_2(11.75)=\frac{(11.75-12)(11.75-13)}{2}\times2.3979$$

$$-\frac{(11.75-11)(11.75-13)}{1}\times2.4849$$

$$+\frac{(11.75-11)(11.75-12)}{2}\times2.5649$$

$$=2.4638 \qquad (12\text{ 分})$$

若用线性插值，应取 $x=11$，$x=12$ 作线性插值合适. （15 分）

注：若取 $x=10,11,12$ 三点作插值计算正确，可得 9 分. 若计算有误，可适当扣分.

13. 解：$\varepsilon=0.01$，$a=1.5$，$b=2$. 由二分次数公式

$$n>\frac{\ln(b-a)-\ln\varepsilon}{\ln2}-1=4.6 \qquad (5\text{ 分})$$

取 $n=5$，即二分有根区间 5 次. $f(1.5)=0.43>0$，$f(2)=-0.09$

| $k$ | $a_k$ | $b_k$ | $x_k$ | $f(x_k)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.5 | 2 | 1.75 | + |
| 1 | 1.75 | 2 | 1.875 | + |
| 2 | 1.875 | 2 | 1.9375 | − |
| 3 | 1.875 | 1.9375 | 1.90625 | + |
| 4 | 1.90625 | 1.9375 | 1.92188 | + |
| 5 | 1.92188 | 1.9375 | 1.92969 | |

取 $x^*\approx1.92969$. （15 分）

14. 解：公式为

$$\begin{cases} y_p = y_k + hf(x,y) = y_k + 0.2(x_k - y_k + 1) = 0.8y_k + 0.2x_k + 0.2 \\ y_c = y_k + hf(x_{k+1}, y_p) = y_k + 0.2(x_{k+1} - y_p + 1) \\ y_{k+1} = \dfrac{1}{2}(y_p + y_c) \end{cases}$$

（5 分）

当 $k=0$ 时. $x_0=0, x_1=0.2$

$$\begin{cases} y_p = 0.8\times 1 + 0.2\times 0 + 0.2 = 1 \\ y_c = 1 + 0.2\times(0.2 - 1 + 1) = 1.04 \\ y_1 = \dfrac{1}{2}(1 + 1.04) = 1.02 \end{cases}$$

（10 分）

当 $k=1$ 时. $x_1=0.2, x_2=0.4$

$$\begin{cases} y_p = 0.8\times 1.02 + 0.2\times 0.2 + 0.2 = 1.056 \\ y_c = 1.02 + 0.2\times(0.4 - 1.056 + 1) = 1.0888 \\ y_{k+1} = \dfrac{1}{2}(1.056 + 1.0888) = 1.0724 \end{cases}$$

得到 $y(0.2)\approx 1.02, y(0.4)\approx 1.0724$ （15 分）