试卷代号:1002 **座位号**

中央广播电视大学2007—2008学年度第二学期"开放本科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题

2008年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. 设 P,Q 为两个命题,$P\rightarrow Q$ 的真值为0,当且仅当 P,Q 的赋值为( ).

A. (0, 0)　　B. (0, 1)

C. (1, 0)　　D. (1, 1)

2. 设 $A=\{1,2\}, B=\{a,b,c\}, C=\{c,\mathrm{d}\}$,则 $A\times(B\cap C)=$ ( ).

A. $\{<c, 1>, <c, 2>,\}$

B. $\{<1, c>, <2, c>\}$

C. $\{<c, 1>, <2, c>\}$

D. $\{<1, c>, <c, 2>\}$

3. 非空集合 A 上的二元关系 R,满足( ),则称 R 是等价关系.

A. 自反性,对称性和传递性

B. 反自反性,对称性和传递性

C. 反自反性,反对称性和传递性

D. 自反性,反对称性和传递性

4. 设 G 是有 n 个结点，m 条边的连通图，必须删去 G 的（　　）条边，才能确定 G 的一棵生成树.

A. $m-n+1$　　　　B. $n-m$

C. $m+n+1$　　　　D. $n-m+1$

5. 已知($\mathbf{R}$，×)是群，其中 $\mathbf{R}$ 是实数集，×是实数乘法. 下述函数是 $\mathbf{R}$ 到 $\mathbf{R}$ 的同态映射的为（　　）.

A. $f(x)=2^x$

B. $f(x)=-x$

C. $f(x)=x+1$

D. $f(x)=x^2$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

6. 设 $F(x)$：x 是鸟，$G(x)$：x 会飞翔. 则命题"鸟会飞"符号化为＿＿＿＿＿＿＿＿.

7. 设集合 $A=\{\varnothing,\{a\}\}$，则 A 的幂集 $P(A)=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

8. 设 $X=\{a, b, c\}$，R 是 X 上的二元关系，其关系矩阵为 $M_R=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&0&0\\1&0&0\end{bmatrix}$，那么 R 的关系图为＿＿＿＿＿＿＿＿.

9. 设有向图 $D=\langle V,E\rangle$ 的邻接矩阵为 $A(D)=\begin{bmatrix}0&2&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$，那么 $|E|=$＿＿＿＿.

10. 设三元置换 $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}$，$\tau=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$，则 $\sigma\tau=$＿＿＿＿＿＿＿＿.

得　分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

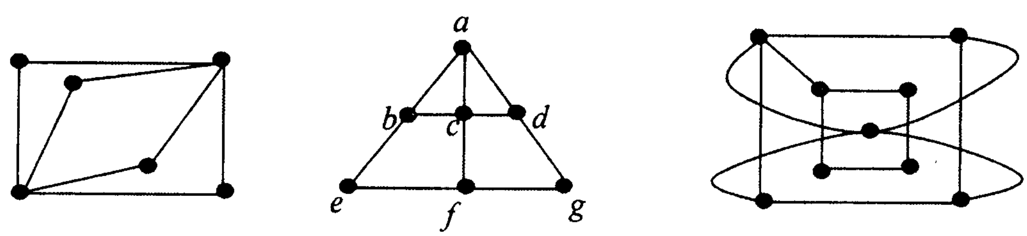
11. 设个体域为 $D=\{a_1, a_2\}$,求 $\forall y \exists x P(x, y)$, $\forall x \forall y G(x, y)$.

12. 试作以下二题:(1) 设 $A=\{1, 2\}$, $B=\{a, b\}$,试问从 A 到 B 的二元关系有多少个?试写出其中是从 A 到 B 的函数的二元关系.

(2) 设 f, g 都是 $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 的函数; $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x)=x^3-1$, $g(x) = x^2+1$. 指出 f, g 哪个是双射函数(可以不证明),求其反函数.

13. 设简单连通无向图 G 有 12 条边,G 中有 2 个 1 度结点,2 个 2 度结点,3 个 4 度结点,其余结点度数为 3. 求 G 中有多少个结点. 试作一个满足该条件的简单无向图.

14. 给定三个图如图一所示,试判断它们哪个是欧拉图、哈密顿图、或平面图?并说明理由.



G_1　　G_2　　G_3

图一

15. 求布尔表达式 $(a \cdot b)+(\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c})+(b \cdot c)$ 的简化式.

得　分	评卷人

四、证明题(本题 10 分)

16. 证明命题公式 $(P\to Q)\vee(R\to Q)$ 与 $(P\wedge R)\to Q$ 有相同的主析取范式.

试卷代号：1002

中央广播电视大学 2007—2008 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1)　试题答案及评分标准

（供参考）

2008 年 7 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. C　　2. B　　3. A　　4. A　　5. D

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

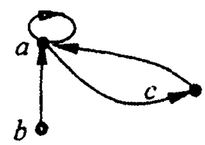
6. $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$

7. $\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\{a\}\},\{\varnothing,\{a\}\}\}$

8. 如图二所示

9. 7

10. $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$



图二　R 的关系图

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 解：$\forall y\exists xP(x,y)\Leftrightarrow(\exists xP(x,a_1))\wedge(\exists xP(x,a_2))$

$\Leftrightarrow(P(a_1,a_1)\vee P(a_2,a_1))\wedge(P(a_1,a_2)\vee P(a_2,a_2))$　　(5 分)

$\forall x\forall yG(x,y)\Leftrightarrow(\forall yG(a_1,y)\wedge\forall yG(a_2,y))$

$\Leftrightarrow G(a_1,a_1)\wedge G(a_1,a_2)\wedge G(a_2,a_1)\wedge G(a_2,a_2)$　　(10 分)

12. 解：(1) 二元关系共有 16 个. 其中是函数的有 4 个，分别为

$\{\langle 1,a\rangle,\langle 2,a\rangle\},\{\langle 1,a\rangle,\langle 2,b\rangle\},$

$\{\langle 1,b\rangle,\langle 2,a\rangle\},\{\langle 1,b\rangle,\langle 2,b\rangle\}$　　(5 分)

(2) f 是双射函数，其反函数为 $f^{-1}=\sqrt[3]{x+1}$　　(10 分)

13. 解：设图 G 有 x 个结点，有握手定理

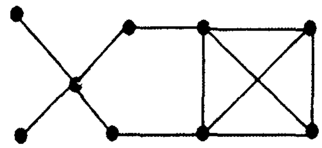
$2\times1+2\times2+3\times4+3\times(x-2-2-3)=12\times2$　　(4 分)

$3x=24+21-18-27$

$x=9$

图 G 有 9 个结点.　　(7 分)

作图如图三所示.



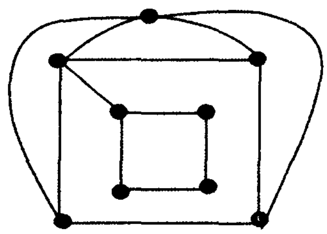
图三　简单无向图

(10 分)

14. 解：图 G_1 是欧拉图，因为每个结点度数均为偶数.　(3 分)

图 G_2 是哈密顿图，存在哈密顿回路，如 $cdgfebac$.（不惟一）　(6 分)

图 G_3 是平面图. 可以改画成可平面图，如图四所示.　(10 分)



图四　平面图

15. 解：$(a \cdot b)+(\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c})+(b \cdot c)$

$=b \cdot (a+(\bar{a} \cdot \bar{c})+c)$　(4 分)

$=b \cdot (a+c+\overline{a+c})$　(8 分)

$=b \cdot 1=b$　(10 分)

四、证明题（本题 10 分）

16. 证：方法 1.

$(P \to Q) \vee (R \to Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg(P \wedge R) \vee Q \Leftrightarrow (P \wedge R) \to Q$　(6 分)

因为两命题公式等值，由主合取范式的惟一性，可知两命题公式的主合取范式是相同.

(10 分)

方法 2.

$(P \to Q) \vee (R \to Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee \neg R \vee Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q \vee \neg R$　(4 分)

$(P \wedge R) \to Q \Leftrightarrow \neg P \vee \neg R \vee Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q \vee \neg R$　(8 分)

因为它们的主合取范式相同，可知它们的主析取范式也相同.　(10 分)