试卷代号：1012 **座位号**

中央广播电视大学2007—2008学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2008年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

得分 1. $\pi=3.141592653\cdots$的五位有效数字,它的绝对误差限是π的左起第五位的半个单位,即绝对误差限是(　　).

A. 0.0005　　B. 0.00005

C. 0.000005　　D. 0.0000005

得分 2. 用列主元消去法解线性方程组$\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=0\\2x_1+2x_2+3x_3=3\\-x_1-3x_2=2\end{cases}$作第一次消元后得到的第三个方程是(　　).

A. $-x_2+x_3=2$

B. $-2x_2+x_3=3$

C. $x_2-0.5x_3=-1.5$

D. $-2x_2+1.5x_3=3.5$

得分 3. 用高斯—赛德尔迭代法解线性方程组$\begin{cases}x_1+2x_2-2x_3=1\\x_1+x_2-x_3=3\\2x_1+2x_2+x_3=5\end{cases}$的迭代公式中$x_2^{(k+1)}=$(　　)$(k=0,1,2,\cdots)$.

A. $3-x_1^{(k)}+x_3^{(k)}$　　B. $3-x_1^{(k)}+x_3^{(k+1)}$

C. $3-x_1^{(k+1)}+x_3^{(k)}$　　D. $3-x_1^{(k+1)}+x_3^{(k+1)}$

得分	

4. 已知当 $x=1,2$ 时的函数值为 $f(1),f(2)$时,则 $f'(1)\approx$ (　　).

A. $f(1)-f(2)$　　　　B. $f(2)-f(1)$

C. $\frac{1}{2}[f(1)+f(2)]$　　　　D. $\frac{1}{2}[f(2)-f(1)]$

得分	

5. 取 $h=0.2$,用欧拉法求初值问题$\begin{cases} y'=xy(0\leqslant x\leqslant 0.6) \\ y(0)=1 \end{cases}$在 $x=0.2,0.4,0.6$ 处的数值解的公式 $y_{k+1}=$(　　),$k=0,1,2$.

A. $(1+0.2x_k)y_k$　　　　B. $y_0+0.2x_ky_k$

C. $y_k+x_ky_k$　　　　D. $(0.2+x_k)y_k$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

得分	

6. 要使 $\sqrt{20}=4.472135\cdots$ 的近似值的相对误差限小于 0.1%,则近似值至少要取 ________ 位有效数字.

得分	

7. 设近似值 x_1,x_2 的绝对误差限分别为 $\varepsilon(x_1),\varepsilon(x_2)$,则 $\varepsilon(x_1x_2)=$ ____________________.

得分	

8. 设线性方程组 $AX=b$ 的系数矩阵为 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.75 \\ 0.75 & 1 & 0.75 \\ 0.75 & 0.75 & 1 \end{bmatrix}$那么雅可比迭代矩阵$B_0=$ ______________________.

得分	

9. 已知数据(1, 3.8),(2, 7.2),(3, 10),用拟合曲线拟合这些点,计算得法方程组为 ________________.

得分	

10. 用牛顿法求方程 $f(x)=0$ 在$[a,b]$内的根,已知 $f'(x)$在$[a,b]$内不为 0,$f''(x)$在$[a,b]$内不变号,那么选择初始值 x_0 满足 ______________________________,则它的迭代解数列一定收敛到方程 $f(x)=0$ 的根.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分，共 30 分)

得分	

11. 已知函数值 $f(0)=6, f(1)=10, f(3)=46, f(4)=82, f(6)=212$，求函数的四阶均差 $f(0,1,3,4,6)$ 和二阶均差 $f(4,1,3)$.

得分	

12. 设求积公式 $\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x \approx A_0 f(-a)+A_1 f(0)+A_2 f(a)$ 试求待定系数 A_0, A_1, A_2 使得该求积公式的代数精度尽量高.

得　分	评卷人

四、计算分析题(每小题 15 分，共 30 分)

得分	

13. 用弦截法求方程 $x-\sin x-0.5=0$ 在 $[1.4, 1.6]$ 之间的一个近似根，满足 $|x_{k+1}-x_k| \leqslant 0.01$. 保留 4 位小数.

得分	

14. 用四阶龙格—库塔法求解初值问题 $\begin{cases} y'=x-y+1 \\ y(0)=1 \end{cases}$ 已经计算得 $x=0.4$ 时，$y(0.4)\approx 1.0704$，求 $x=0.8$ 处的数值解. 保留 4 位小数. 已知四阶龙格—库塔法公式为 $\kappa_1=f(x_k, y_k), \kappa_2=f(x_k+\frac{1}{2}h, y_k+\frac{h}{2}\kappa_1), \kappa_3=f(x_k+\frac{1}{2}h, y_k+\frac{h}{2}\kappa_2)$,

$\kappa_4=f(x_k+h, y_k+h\kappa_3), y_{k+1}=y_k+\frac{h}{6}(\kappa_1+2\kappa_2+2\kappa_3+\kappa_4)$

试卷代号：1012

中央广播电视大学2007—2008学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

（供参考）

2008年7月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. B　　2. D　　3. C　　4. B　　5. A

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 3

7. $|x_2|\varepsilon(x_1)+|x_1|\varepsilon(x_2)$

8. $\begin{bmatrix} 0 & -0.75 & -0.75 \\ -0.75 & 0 & -0.75 \\ -0.75 & -0.75 & 0 \end{bmatrix}$

9. $\begin{cases} 3a_0+6a_1=21 \\ 6a_0+14a_1=48.2 \end{cases}$

10. $f(x_0)f''(x_0)>0$(或 $f(x_0)$ 与 $f''(x_0)$ 同号)

三、计算题(每小题15分,共30分)

11. 解：计算均差列表给出

x_k	$f(x_k)$	一阶均差	二阶均差	三阶均差	四阶均差
0	6				
1	10	4			
3	46	18	14/3		
4	82	36	6	1/3	
6	212	65	29/3	11/15	1/15

(11分)

$f(0,1,3,4,6)=\frac{1}{15}$

$f(4,1,3)=6$　　(15分)

12. 解：因为有三个待定参数，至少列出三个方程，令 $f(x)=1,x,x^2$，代入求积公式，得到

$$\begin{cases}2a=A_0+A_1+A_2\\0=-A_0a+A_2a\\\dfrac{2a^3}{3}=A_0a^2+A_2a^2\end{cases}\qquad(6\text{ 分})$$

解得 $A_0=A_2=\dfrac{a}{3},A_1=\dfrac{4a}{3}$.（9 分）

求积公式为 $\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x\approx\dfrac{a}{3}[f(-a)+4f(0)+f(a)]$（13 分）

当 $f(x)=x^3$，使得求积公式精确成立，故该求积公式具有 3 次代数精度.（15 分）

四、计算分析题（每小题 15 分，共 30 分）

13. 解：设 $f(x)=x-\sin x-0.5$，取 $x_0=1.4,x_1=1.6$，由 $f(1.4)=-0.0855<0,f(1.6)=0.1004>0$，故 $f(x)=0$ 在 $[1.4,1.6]$ 内有根.（3 分）

弦截法的公式为：$x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f(x_n)-f(x_{n-1})}(x_n-x_{n-1})$，$(n=1,2,\cdots)$（6 分）

于是，代入函数 $f(x)$，本题有迭代公式 $x_{n+1}=x_n-\dfrac{x_n-\sin x_n-0.5}{x_n-x_{n-1}-\sin x_n+\sin x_{n-1}}(x_n-x_{n-1})$

$$x_2=1.6-\frac{1.6-\sin1.6-0.5}{1.6-1.4-\sin1.6+\sin1.4}(1.6-1.4)=1.4919$$

$|x_2-x_1|=0.1081$，不满足精度要求.（10 分）

当 $n=2$ 时，

$$x_3=1.4919-\frac{1.4919-\sin1.4919-0.5}{1.4919-1.6-\sin1.4919+\sin1.6}(1.4919-1.6)=1.4970$$

$|x_3-x_2|=0.0051$，满足精度要求.

所求方程的解为 $x^*\approx1.4970$（15 分）

14. 解：$h=0.4,x_0=0,y_0=1$，

$\kappa_1=x_k-y_k+1$

$\kappa_2=x_k+0.2-y_k-0.2\kappa_1+1$

$\kappa_3=x_k+0.2-y_k-0.2\kappa_2+1$

$\kappa_4=x_k+0.4-y_k-0.4\kappa_3+1$ (5分)

已知 $x_1=0.4$，$y_1=1.0704$ 时，求当 $x_2=0.8$ 时，y_2 的值.

$\kappa_1=x_1-y_1+1=0.4-1.0704+1=0.3296$

$\kappa_2=x_1+0.2-y_1-0.2\kappa_1+1=0.4637$

$\kappa_3=x_1+0.2-y_1-0.2\kappa_2+1=0.4369$

$\kappa_4=x_1+0.4-y_1-0.4\kappa_3+1=0.5548$ (12分)

$$y_2=y_1+\frac{h}{6}(\kappa_1+2\kappa_2+2\kappa_3+\kappa_4)$$

$$=1.0704+\frac{0.4}{6}(0.3296+2\times0.4637+2\times0.4369+0.5548)=1.2494$$ (15分)