

试卷代号:1009

座位号

中央广播电视大学 2007—2008 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题

2008 年 7 月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 设 $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2\}$, R_1, R_2, R_3 是 A 到 B 的二元关系, 且 $R_1 = \{\langle a, 2 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$, $R_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle\}$, $R_3 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$, 则()不是从 A 到 B 的函数.

- A. R_1 和 R_2
- B. R_2
- C. R_3
- D. R_1 和 R_3

2. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, R 是 A 上的整除关系, $B = \{2, 4, 6\}$, 则集合 B 的最大元、最小元、上界、下界依次为().

- A. 8、2、8、2
- B. 无、2、无、2
- C. 6、2、6、2
- D. 8、1、6、1

3. 若集合 A 的元素个数为 10, 则其幂集的元素个数为().

- A. 1024
- B. 10
- C. 100
- D. 1

4. 设完全图 K_n 有 n 个结点($n \geq 2$), m 条边, 当()时, K_n 中存在欧拉回路.

- A. m 为奇数
- B. n 为偶数
- C. n 为奇数
- D. m 为偶数

5. 已知图 G 的邻接矩阵为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 则 G 有().

A. 5 点, 8 边

B. 6 点, 7 边

C. 6 点, 8 边

D. 5 点, 7 边

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{a, b\}$, 那么集合 A 的幂集是_____.

7. 如果 R_1 和 R_2 是 A 上的自反关系, 则 $R_1 \cup R_2, R_1 \cap R_2, R_1 - R_2$ 中自反关系有_____个.

8. 设图 G 是有 6 个结点的连通图, 结点的总度数为 18, 则可从 G 中删去_____条边后使之变成树.

9. 设连通平面图 G 的结点数为 5, 边数为 6, 则面数为_____.

10. 设个体域 $D = \{a, b\}$, 则谓词公式 $(\forall x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$ 消去量词后的等值式为

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 4 分, 本题共 12 分)

11. 将语句“如果所有人今天都去参加活动, 则明天的会议取消.” 翻译成谓词公式.

12. 将语句“今天没有人来.” 翻译成命题公式.

13. 将语句“有人去上课.” 翻译成谓词公式.

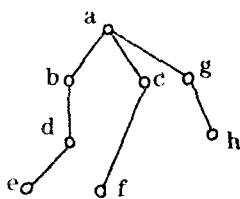
得分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误,并说明理由.

14. $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 为永真式.

15. 若偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图如图一所示,则集合 A 的最大元为 a ,最小元不存在.



图一

得分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

16. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A; |x - y| = 1 \text{ 或 } x - y = 0 \}$, 试

(1) 写出 R 的有序对表示;

(2) 画出 R 的关系图;

(3) 说明 R 满足自反性, 不满足传递性.

17. 求 $P \rightarrow Q \vee R$ 的析取范式, 合取范式, 主析取范式, 主合取范式.

18. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 \}$, $E = \{ (v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5) \}$, 试

(1) 画出 G 的图形表示;

(2) 写出其邻接矩阵;

(3) 求出每个结点的度数;

(4) 画出图 G 的补图的图形.

得分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

19. 试证明 $(\exists x)(P(x) \wedge R(x)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)R(x)$.

试卷代号:1009

中央广播电视大学 2007—2008 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2008年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. B 3. A 4. C 5. D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
7. 2
8. 4
9. 3
10. $(A(a) \wedge A(b)) \wedge (B(a) \vee B(b))$

三、逻辑公式翻译(每小题4分,本题共12分)

11. 设 P : 所有人今天都去参加活动, Q : 明天的会议取消, (1分)
 $P \rightarrow Q$. (4分)
12. 设 P : 今天有人来, (1分)
 $\neg P$. (4分)
13. 设 $P(x)$: x 是人, $Q(x)$: x 去上课, (1分)
 $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$. (4分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

14. 正确. (2分)
- $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 是由 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ 与 P 组成的析取式,
如果 P 的值为真, 则 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 为真, (5分)
如果 P 的值为假, 则 $\neg P$ 与 $P \rightarrow \neg Q$ 为真, 即 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ 为真,
也即 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 为真,
所以 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 是永真式. (7分)

另一种说明:

$\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 是由 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ 与 P 组成的析取式,
只要其中一项为真,则整个公式为真. (5分)

可以看到,不论 P 的值为真或为假, $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ 与 P 总有一个为真,
所以 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P$ 是永真式. (7分)

或用等值演算 $\neg P \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vee P \Leftrightarrow T$
15. 正确. (3分)

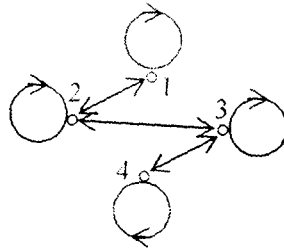
对于集合 A 的任意元素 x ,均有 $\langle x, a \rangle \in R$ (或 xRa),所以 a 是集合 A 中的最大元.
(5分)

按照最小元的定义,在集合 A 中不存在最小元. (7分)

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

16. (1) $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$ (3分)

(2)关系图为



(6分)

(3)因为 $\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle$ 均属于 R ,即 A 的每个元素构成的有序对均在 R 中,故 R 在 A 上是自反的. (9分)

因有 $\langle 2, 3 \rangle$ 与 $\langle 3, 4 \rangle$ 属于 R ,但 $\langle 2, 4 \rangle$ 不属于 R ,所以 R 在 A 上不是传递的. (12分)

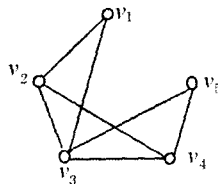
17. $P \rightarrow (R \vee Q)$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (R \vee Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee Q \vee R \text{ (析取、合取、主合取范式)} \quad (9 \text{分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \text{ (主析取范式)} \quad (12 \text{分})$$

18. (1)关系图



(3分)

(2)邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6分)

(3) $\deg(v_1)=2$

$\deg(v_2)=3$

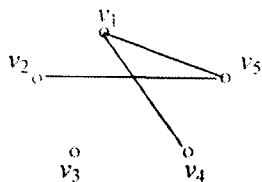
$\deg(v_3)=4$

$\deg(v_4)=3$

$\deg(v_5)=2$

(9分)

(4)补图



(12分)

六、证明题(本题共 8 分)

19. 证明:

(1) $(\exists x)(P(x) \wedge R(x))$

P

(2) $P(a) \wedge R(a)$

$ES(1)$

(2分)

(3) $P(a)$

$T(2)I$

(4) $(\exists x)P(x)$

$EG(3)$

(4分)

(5) $R(a)$

$T(2)I$

(6) $(\exists x)R(x)$

$EG(5)$

(6分)

(7) $(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)R(x)$

$T(5)(6)I$

(8分)