

得分 4. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的偏序关系 R 的关系图如图 1 所示, 那么偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图是().

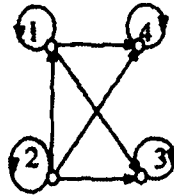
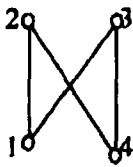
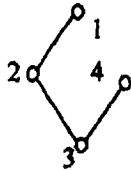


图 1



A.



B.



C.



D.

得分 5. 以下命题正确的是().

- A. $n(n \geq 1)$ 阶完全图 K_n 都是欧拉图
- B. $n(n \geq 1)$ 阶完全图 K_n 都是哈密顿图
- C. $n(n \geq 5)$ 阶完全图 K_n 都是平面图
- D. 连通且满足 $m = n - 1$ 的图 $\langle V, E \rangle$ ($|V| = n, |E| = m$) 是树

得分	评卷人
<input type="text"/>	<input type="text"/>

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

得分 6. 设 A, B 为任意命题公式, C 为重言式, 若 $A \wedge C \Leftrightarrow B \wedge C$, 那么 $A \leftrightarrow B$ 是 _____ 式(重言式、矛盾式或满足式).

得分 7. 设 $F(x): x$ 是鸟, $G(x): x$ 会飞翔. 则命题“鸟会飞”符号化为 _____.

得分 8. 设 A, B, C 是三个集合, 若 $A \subset B$ 且 $C \neq \emptyset$, 则有 $A \times C$ _____ $B \times C$.

得分 9. 无向完全图 K_3 的所有非同构生成子图有 _____ 个.

得分 10. 数组 $\{1, 2, 3, 4, 4\}$ 是一个能构成无向简单图的度数序列, 此命题的真值是 _____.

得分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10,共 50 分)

得分 11. 判别命题公式 $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P)$ 的类型(永真式、矛盾式或仅可满足式), 并指出该公式的成真赋值.

得分 12. 设谓词公式 $\exists x(P(x,y) \rightarrow \forall zQ(y,x,z)) \wedge \forall yR(y,z) \leftrightarrow F(y)$, 试写出量词的辖域, 并指出该公司的自由变元和约束变元.

得分 13. 设给定集合 $A = \{a, b\}$,

(1) 写出 $P(A)$;

(2) $P(A)$ 上的包含关系 \subset 的集合表达式.

得分 14. 设有向图 D (如图 2),

(1) 求邻接矩阵 $A(D)$;

(2) 已知 $A^2(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A^3(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

求从 v_1 到 v_4 长度为 3 的通路有几条? v_4 到自身长度为 2 的回路有几条?

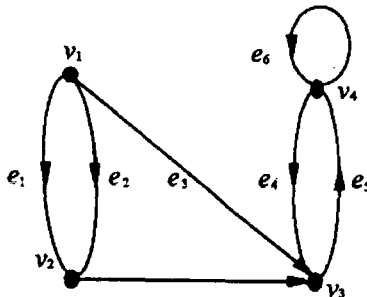


图 2

- 得分 15. 设图 G (如图 3 表示) 是 6 个结点 a, b, c, d, e, f 的图, 试求图 G 的最小生成树, 并计算它的权.

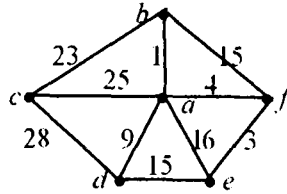


图 3

得分	评卷人

四、证明题(本题共 10 分)

- 得分 16. 假设 R 是非空集合 A 上的等价关系, 证明 R 的逆关系 R^{-1} 也是 A 上的等价关系.

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2009 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. B 2. C 3. A 4. C 5. D

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 重言

7. $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$

8. \subseteq

9. 4

10. 0

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg P) = \neg P \vee Q$ (4 分)

所以, $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P)$ 是仅可满足式. (8 分)

该公式的成真赋值: $(0, 0), (0, 1), (1, 1)$. (10 分)

或利用真值表法,可参照给分

12. $\exists x$ 的辖域是: $P(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)$;

$\forall z$ 的辖域是: $Q(y, x, z)$;

$\forall y$ 的辖域是: $R(y, x)$ (6 分)

公式的自由变元是: $P(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)$ 中的 y , $R(y, x)$ 中的 x , $F(y)$ 中的 y ; 约束变元是: $R(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)$ 中的 x, z , $R(y, x)$ 中的 y . (10 分)

13. $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ (4 分)

$\subseteq = \{\langle \emptyset, \{a\} \rangle, \langle \emptyset, \{b\} \rangle, \langle \emptyset, \{a, b\} \rangle, \langle \{a\}, \{a, b\} \rangle, \langle \{b\}, \{a, b\} \rangle\}$ (10 分)

14. (1)

$$A(D) = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 从 v_1 到 v_4 长度为 3 的通路有 3 条, v_1 到自身长度为 2 的回路 2 条. (10 分)

15. 构造连通无圈的图, 即最小生成树, 用克鲁斯克尔算法:

第一步: 取 $ab=1$; 第二步: 取 $af=4$; 第三步: 取 $fe=3$; 第四步: 取 $ad=9$; 第五步: 取 $bc=23$

(6 分)

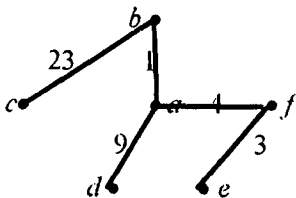


图 4

如图 4. 权为 $1+4+3+9+23=40$

(10 分)

四、证明题(本题共 10 分)

16. (1) $\forall x \in A$, 则 $\langle x, x \rangle \in R$, 显然 $\langle x, x \rangle \in R^{-1}$, R^{-1} 具有自反性. (2 分)

(2) $\forall x, y \in A$, 如果 $\langle x, y \rangle \in R^{-1} \Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in R$

$$\Rightarrow \langle x, y \rangle \in R (R \text{ 是对称的}) \Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in R^{-1},$$

R^{-1} 具有对称性.

(5 分)

(3) $\forall x, y, z \in A$, 如果 $\langle x, y \rangle \in R^{-1} \wedge \langle y, z \rangle \in R^{-1}$

$$\Leftrightarrow \langle y, x \rangle \in R \wedge \langle z, y \rangle \in R \Leftrightarrow \langle z, y \rangle \in R \wedge \langle y, x \rangle \in R$$

$$\Rightarrow \langle z, x \rangle \in R (R \text{ 是传递的}) \Leftrightarrow \langle x, z \rangle \in R^{-1},$$

R 具有传递性.

(8 分)

总之, R 是等价关系.

(10 分)