试卷代号:1012 **座位号**

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期"开放本科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2009年1月

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. 数值 $x^*=2.197224577\cdots$ 的六位有效数字的近似值 $x=$(　　).

A. 2.197225　　B. 2.19723

C. 2.19720　　D. 2.19722

2. 当线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是(　　)时,用列主元消去法解 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{A}$ 的主对角线的元素一定是主元.

A. 上三角形矩阵　　B. 主对角线元素不为0的矩阵

C. 对称且严格对角占优矩阵　　D. 正定对称矩阵

3. 以下命题正确的是(　　).

A. 过 $n+1$ 个互异节点的牛顿插值多项式最高次幂的系数为 $f(x_0,x_1,\cdots,x_n)$(此项不为0时)

"点 $(x_0,y_0),(x_1,y_1),\cdots,(x_n,y_n)(n>3)$,则均差 $f(x_3,x_0,x_4)\neq f(x_4,x_0,x_3)$

"点的拉格朗日插值多项式一定是 n 次多项式

个子区间上是不超过3次的多项式

4. 用高斯—勒让德求积公式计算定积分 $\int_0^1 \cos dx$ 使其具有 7 次代数精度，那么应取（　　）个节点.

A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 5

5. 通过曲线 $f(x)$ 上的点 $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ 和 $(x_k, f(x_k))$ 的直线与 x 轴交点的横坐标是（　　），就是弦截法解方程 $f(x)=0$ 的根的迭代公式.

A. $x_k+\dfrac{f(x_k)}{f(x_k)-f(x_{k-1})}(x_k-x_{k-1})$　　　　B. $x_k-\dfrac{f(x_k)}{f(x_k)-f(x_{k-1})}(x_k-x_{k-1})$

C. $x_k-\dfrac{f(x_k)}{f(x_k)+f(x_{k-1})}(x_k-x_{k-1})$　　　　D. $x_k-\dfrac{f(x_k)}{f(x_{k-1})-f(x_k)}(x_k-x_{k-1})$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

6. 用四舍五入的方法得到近似值 $x=0.0514$，那么 x 的相对误差限为__________.

7. 设线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的系数矩阵为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 0.75 & 0.75\\ 0.75 & 1 & 0.75\\ 0.75 & 0.75 & 1\end{bmatrix}$，那么雅可比迭代矩阵 $\boldsymbol{B}_0=$____________________.

8. 已知函数 $f(0.4)=0.411$，$f(0.5)=0.578$，$f(0.6)=0.697$，用此函数表作牛顿插值多项式，那么插值多项式 x^2 的系数是____________.

9. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0, 0.5$ 处的函数值 $f(0)=1$ 和 $f(0.5)=1.20$，那么 $f'(1)\approx$__________.

10. 设函数 $f(x)$ 在区间[0,1]上连续，若满足________________，则方程 $f(x$
区间[0,1]一定有实根.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用列主元消去法解线性方程组$\begin{cases}2x_1+3x_2+5x_3=5\\3x_1+4x_2+7x_3=6\\x_1+3x_2+3x_3=5\end{cases}$(计算过程保留 3 位小数)

12. 已知数据表

x_k	10	11	12	13
$f(x_k)$	2.3026	2.3979	2.4849	2.5649

试用二次插值计算 $f(11.75)$(计算过程保留 4 位小数). 并回答用线性插值计算 $f(11.75)$,应取哪两个点更好?

13. 将区间[1,9]作 8 等分,试用复化梯形公式求积分 $\int_1^9\sqrt{6x-5}\,dx$ 的近似值. 保留 4 位小数.

14. 用弦截法求方程 $x-\sin x-0.5=0$ 在[1.4,1.6]之间的一个近似根,满足 $|x_{k+1}-x_k|\leqslant 0.01$. 保留 4 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2009年1月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. D　　2. C　　3. A　　4. C　　5. B

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 0.001

7. $\begin{bmatrix} 0 & -0.75 & -0.75 \\ -0.75 & 0 & -0.75 \\ -0.75 & -0.75 & 0 \end{bmatrix}$

8. -2.4

9. 0.4

10. $f(0)f(1)<0$

三、计算题(每小题15分,共60分)

11. 解:$[\boldsymbol{A} \vdots \boldsymbol{b}]=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 6 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

$$\to \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 0.333 & 0.333 & 1 \\ 0 & 1.667 & 0.667 & 3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 1.667 & 0.667 & 3 \\ 0 & 0.333 & 0.333 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 1.667 & 0.667 & 3 \\ 0 & 0 & 0.200 & 0.401 \end{bmatrix}$$ (9分)

$x_3=2.005, x_2=(3-0.667\times 2.005)/1.667=0.997$ (13分)

$x_1=(6-7\times2.005-4\times0.997)/3=-4.008$

原方程组的解 $X=(-4.008,0.997,2.005)^T$. （15 分）

12. 解：因为 11.75 更接近 12，故应取 11，12，13 三点作二次插值.

$$P_2(x)=\frac{(x-12)(x-13)}{2}\times2.3979-\frac{(x-11)(x-13)}{1}\times2.4849$$

$$+\frac{(x-11)(x-12)}{2}\times2.5649$$ （6 分）

$$f(11.75)\approx P_2(11.75)=\frac{(11.75-12)(11.75-13)}{2}\times2.3979$$

$$-\frac{(11.75-11)(11.75-13)}{1}\times2.4849+\frac{(11.75-11)(11.75-12)}{2}\times2.5649$$

$$=2.4638$$ （12 分）

若用线性插值，应取 $x=11$，$x=12$ 作线性插值合适. （15 分）

注：若取 $x=10,11,12$ 三点作插值计算正确，可得 9 分，若计算有误，可适当扣分.

13. 解：计算列表

k	x_k	$f(x_k)=\sqrt{6x-5}$
0	1	1.0000
1	2	2.6458
2	3	3.6056
3	4	4.3589
4	5	5.0000
5	6	5.5678
6	7	6.0828
7	8	6.5574
8	9	7.0000

（7 分）

$h=1$，用复化梯形公式

$$\int_1^9\sqrt{6x-5}\,dx=\frac{h}{2}\left[f(x_0)+f(x_8)+2\sum_{k=1}^{7}f(x_k)\right]$$ （10 分）

$=\frac{1}{2}\times[1+7+2(2.6458+3.6056+4.3589+5.0000+5.5678+6.0828+6.5574)]$

$=37.8183$ （15 分）

14. 解：设 $f(x)=x-\sin x-0.5$，取 $x_0=1.4, x_1=1.6$，由 $f(1.4)=-0.0855<0, f(1.6)=0.1004>0$，故 $f(x)=0$ 在$[1.4,1.6]$内有根. （3 分）

弦截法的公式为：

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(x_{n-1})}(x_n-x_{n-1}) \quad (n=1,2,\cdots)$$ （6 分）

于是，代入函数 $f(x)$，本题有迭代公式

$$x_{n+1}=x_n-\frac{x_n-\sin x_n-0.5}{x_n-x_{n-1}-\sin x_n+\sin x_{n-1}}(x_n-x_{n-1})$$

$$x_2=1.6-\frac{1.6-\sin 1.6-0.5}{1.6-1.4-\sin 1.6+\sin 1.4}(1.6-1.4)=1.4919$$

$|x_2-x_1|=0.1081$，不满足精度要求. （10 分）

当 $n=2$ 时，

$$x_3=1.4919-\frac{1.4919-\sin 1.4919-0.5}{1.4919-1.6-\sin 1.4919+\sin 1.6}(1.4919-1.6)=1.4970$$

$|x_3-x_2|=0.0051$，满足精度要求.

所求方程的解为 $x^*\approx 1.4970$ （15 分）