

离散数学(本) 试题

2009 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

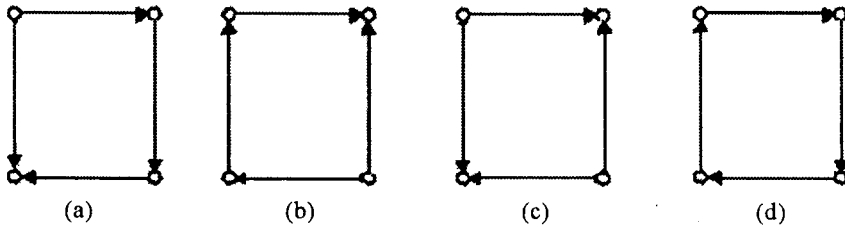
得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

得分 1. 若集合 $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$, 则下列表述正确的是().

- A. $A \subset B$, 且 $A \in B$
- B. $B \subset A$, 且 $A \in B$
- C. $A \subset B$, 且 $A \notin B$
- D. $A \not\subset B$, 且 $A \in B$

得分 2. 设有向图(a)、(b)、(c)与(d)如图一所示, 则下列结论成立的是().



图一

- A. (a) 是强连通的
- B. (b) 是强连通的
- C. (c) 是强连通的
- D. (d) 是强连通的

得分 3. 设图 G 的邻接矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则 G 的边数为().

- A. 6
- B. 5
- C. 4
- D. 3

得分 4. 无向简单图 G 是棵树, 当且仅当().

- A. G 连通且边数比结点数少 1 B. G 连通且结点数比边数少 1
C. G 的边数比结点数少 1 D. G 中没有回路

得分 5. 下列公式()为重言式.

- A. $\neg P \wedge \neg Q \leftrightarrow P \vee Q$ B. $(Q \rightarrow (P \vee Q)) \leftrightarrow (\neg Q \wedge (P \vee Q))$
C. $(P \rightarrow (\neg Q \rightarrow P)) \leftrightarrow (\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q))$ D. $(\neg P \vee (P \wedge Q)) \leftrightarrow Q$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

得分 6. 命题公式 $P \rightarrow (Q \vee P)$ 的真值是_____.

得分 7. 若图 $G = \langle V, E \rangle$ 中具有一条汉密尔顿回路, 则对于结点集 V 的每个非空子集 S , 在 G 中删除 S 中的所有结点得到的连通分支数为 W , 则 S 中结点数 $|S|$ 与 W 满足的关系式为_____.

得分 8. 给定一个序列集合 $\{000, 001, 01, 10, 0\}$, 若去掉其中的元素_____, 则该序列集合构成前缀码.

得分 9. 已知一棵无向树 T 中有 8 个结点, 4 度, 3 度, 2 度的分支点各一个, T 的树叶数为_____.

得分 10. $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x, y))$ 中的自由变元为_____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 4 分, 本题共 12 分)

得分 11. 将语句“他不去学校.”翻译成命题公式.

得分 12. 将语句“他去旅游, 仅当他有时间.”翻译成命题公式.

得分 13. 将语句“所有的人都学习努力.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误,并说明理由.

得分 14. 设 N, R 分别为自然数集与实数集, $f: N \rightarrow R, f(x) = x + 6$, 则 f 是单射.

得分 15. 设 G 是一个有 6 个结点 14 条边的连通图, 则 G 为平面图.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

得分 16. 试求出 $(P \vee Q) \rightarrow R$ 的析取范式, 合取范式, 主合取范式.

得分 17. 设 $A = \{\{a, b\}, 1, 2\}, B = \{a, b, \{1\}, 1\}$, 试计算

(1) $(A - B)$; (2) $(A \cup B)$; (3) $(A \cup B) - (A \cap B)$.

得分 18. 图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中 $V = \{a, b, c, d, e\}, E = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (c, d), (d, e)\}$, 对应边的权值依次为 2, 1, 2, 3, 6, 1, 4 及 5, 试

- (1) 画出 G 的图形;
- (2) 写出 G 的邻接矩阵;
- (3) 求出 G 权最小的生成树及其权值.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

得分 19. 试证明集合等式 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

试卷代号:1009

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2009 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. A 2. D 3. B 4. A 5. C

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. T(或填:1)

7. $W \leq |S|$

8. 0

9. 5

10. $R(x, y)$ 中的 y

三、逻辑公式翻译(每小题 4 分,本题共 12 分)

11. 设 P :他去学校 (1 分)

$\neg P$. (4 分)

12. 设 P :他去旅游, Q :他有时间, (1 分)

$P \rightarrow Q$. (4 分)

13. 设 $P(x)$: x 是人, $Q(x)$: x 学习努力, (1 分)

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$. (4 分)

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

14. 正确. (3 分)

设 x_1, x_2 为自然数且 $x_1 \neq x_2$, 则有 $f(x_1) = x_1 + 6 \neq x_2 + 6 = f(x_2)$, 故 f 为单射. (7 分)

15. 错误. (3 分)

不满足“设 G 是一个有 v 个结点 e 条边的连通简单平面图, 若 $v \geq 3$, 则 $e \leq 3v - 6$ ”. (7 分)

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

16. $(P \vee Q) \rightarrow R \Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R$ (析取范式) (3 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$ (合取范式) (6 分)

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((\neg Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P))$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee P) \wedge (\neg Q \vee R \vee \neg P)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R)$ (主合取范式)

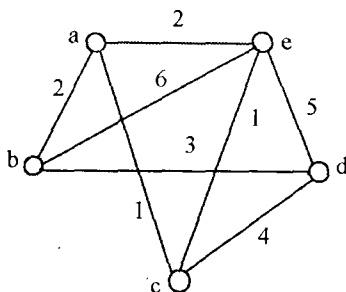
(12 分)

17. (1) $(A - B) = \{\{a, b\}, 2\}$ (4 分)

(2) $(A \cup B) = \{\{a, b\}, 1, 2, a, b, \{1\}\}$ (8 分)

(3) $(A \cup B) - (A \cap B) = \{\{a, b\}, 2, a, b, \{1\}\}$ (12分)

18. (1) G 的图形表示如图二:



图二

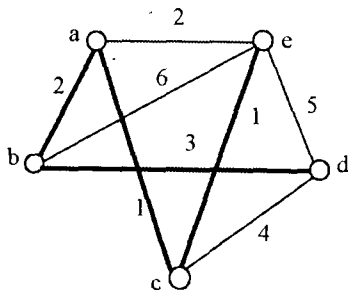
(3分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6分)

(3) 粗线表示最小的生成树, 如图三



图三

(10分)

权为 7:

(12分)

六、证明题(本题共 8 分)

19. 证明: 设 $S = A \cap (B \cup C)$, $T = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, 若 $x \in S$, 则 $x \in A$ 且 $x \in B \cup C$, 即 $x \in A$ 且 $x \in B$ 或 $x \in A$ 且 $x \in C$,

也即 $x \in A \cap B$ 或 $x \in A \cap C$, 即 $x \in T$, 所以 $S \subseteq T$. (4分)

反之, 若 $x \in T$, 则 $x \in A \cap B$ 或 $x \in A \cap C$,

即 $x \in A$ 且 $x \in B$ 或 $x \in A$ 且 $x \in C$

也即 $x \in A$ 且 $x \in B \cup C$, 即 $x \in S$, 所以 $T \subseteq S$.

因此 $T = S$.

(8分)