

得分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

- 命题公式 $P \rightarrow (Q \vee P) \vee P$ 的真值是_____.
- 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{a, b, c\}$, 则 $|A \times B| =$ _____.
- 若集合 $A \subseteq \emptyset$ 当且仅当_____.
- 设图 G 如图 1 所示, 那么图 G 的点割集是_____.

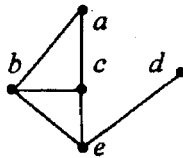


图 1

- 设平面图 $G = \langle V, E \rangle$ 有 r 个面: R_0 (无限面), R_1, R_2, \dots, R_{r-1} , 则有 $2|E| =$ _____.

得分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

- 化简命题公式 $((P \rightarrow \neg P) \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow P) \rightarrow R)$.
- 指出谓词公式 $\forall x \forall y (R(x, y) \vee L(y, z)) \rightarrow \exists x H(x, y)$ 中的指导变元, 量词的辖域和该公式的自由变元和约束变元.
- 化简集合表达式 $((A \cup B) \cap B) - (C \cup B) \cup (((A \cup B) \cap \sim B) \cup A)$.
- 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 已知 A 上的二元关系 R 的关系图如图 2 所示, 试写出 R 的集合表达式, 并指出 R 具有的性质.

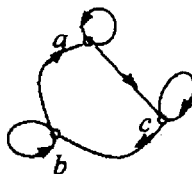


图 2

15. 在图 3 的四个图中, (1) 哪些是强连通图? (2) 哪些是单侧连通图? (3) 哪些是弱连通图?

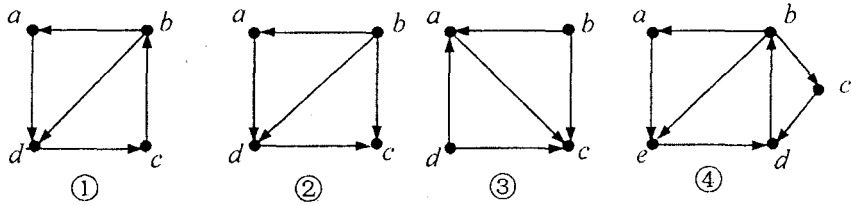


图 3

得 分	评卷人

四、证明题(本题共 10 分)

16. 证明在非平凡树 T 中, 至少有两片树叶.

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2009 年 7 月

一、单项选择题(每小题 4,共 20 分)

1. B 2. B 3. C 4. A 5. D

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 1

7. 12

8. $A = \emptyset$

9. $\{b, c\}, \{e\}$

10. $\sum_{k=0}^{r-1} \deg(R_k)$

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. $((P \rightarrow \neg P) \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow P) \rightarrow R)$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \vee \neg P) \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee P) \rightarrow R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee R)$$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P) \vee R$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee R$$

(10 分)

12. x, y 是该公式的指导变元.

(2 分)

量词 $\forall x$ 的辖域是 $\forall y(R(x, y) \vee L(y, z))$;

量词 $\forall y$ 的辖域是 $R(x, y) \vee L(y, z)$;

量词 $\exists x$ 的辖域是 $H(x, y)$.

(8 分)

公式中的自由变元是 z 及 $H(x, y)$ 中的 y ; 约束变元是 $R(x, y) \vee L(y, z)$ 中的 x, y .

(10 分)

$$13. (((A \cup B) \cap B) - (C \cup B)) \cup (((A \cup B) \cap \sim B) \cup A)$$

$$= (B \cap \sim C \cap \sim B) \cup ((A \cap \sim B) \cup A) \quad (7 \text{ 分})$$

$$= \emptyset \cup A = A \quad (10 \text{ 分})$$

14. R 的表达式为

$$R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, c \rangle \} \quad (6 \text{ 分})$$

R 具有自反性, 反对称性. (10 分)

15. (1) ①, ④ 是强连通图; (4 分)

(2) ①, ②, ④ (或只答 ②) 是单侧连通图; (7 分)

(3) ①, ②, ③, ④ (或只答 ③) 是弱连通图. (10 分)

四、证明题 (本题共 10 分)

16. 设非平凡树 T 有 n 个结点 $n \geq 2$, 由树的定义可知, T 中任何顶点的度数均大于或等于 1. 设 T 有 k 片树叶, 则 T 中有 k 个 1 度顶点, 其余 $n - k$ 个分支点的度数均大于等于 2.

(4 分)

由握手定理, 得

$$k + 2(n - k) \leq 2(n - 1). \quad (8 \text{ 分})$$

解得 $k \geq 2$.

所以 T 至少有两片树叶. (10 分)