试卷代号:1012 **座位号**□□

中央广播电视大学2008—2009学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2009年7月

题号	一	二	三	总分
分数				

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. 若近似值 x 的绝对误差限为 $\varepsilon=0.5\times10^{-2}$,那么以下有4位有效数字的 x 值是( ).

A. 0.9344　　　　B. 9.344

C. 93.44　　　　D. 934.4

2. 用列主元消去法解线性方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=0\\2x_1+2x_2+3x_3=3\\-x_1-3x_2=2\end{cases}$ 作第一次消元后得到的第三个方程是( ).

A. $-x_2+x_3=2$　　　　B. $-2x_2+x_3=3$

C. $x_2-0.5x_3=-1.5$　　　　D. $-2x_2+1.5x_3=3.5$

3. 过 (x_0,y_0),(x_1,y_1) 两点的线性插值基函数 $l_0(x)$,$l_1(x)$ 满足( ).

A. $l_0(x_0)=1,l_1(x_1)=1$

B. $l_0(x_1)=0,l_1(x_1)=0$

C. $l_0(x_0)=1,l_1(x_0)=1$

D. $l_0(x_0)=0,l_1(x_1)=0$

4. 求积公式 $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x \approx f(-1)+f(1)$ 具有(　　)次代数精度.

A. 1　　　　B. 2

C. 3　　　　D. 4

5. 用二分法求方程 $f(x)=0$ 在区间 $[a,b]$ 上的根,那么二分有根区间的次数 n(　　).

A. 只与函数 $f(x)$ 有关

B. 只与有根区间的长度以及误差限有关

C. 与有根区间的长度、误差限以及函数 $f(x)$ 有关

D. 只与误差限有关

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 设近似值 $x=-9.73421$ 的相对误差限是 0.0005,则 x 至少有________位有效数字.

7. 用迭代法求线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的数值解,就是将方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 变为同解的方程组 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{BX}+\boldsymbol{f}$,然后构造迭代格式________________________,从某一个初始解 $\boldsymbol{X}_0$ 出发逐步迭代求解.

8. 已知数据(1,3.8),(2,7.2),(3,10),用拟合曲线拟合这些点,计算得法方程组为____________________.

9. 已知函数 $y=f(x)$ 在点 $x_1=2$ 和 $x_2=5$ 处的函数值分别为 18 和 54,已知 $f'(5)\approx 12$,则 $f'(2)\approx$________.

10. 用牛顿切线法求方程 $x^4-2x-4=0$ 在区间[1,2]内的近似根,取初始值 $x_0=1.5$,那么 $x_1\approx$____________.(取五位有效数字)

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用雅可比迭代法解线性方程组$\begin{cases}10x_1-2x_2-x_3=3\\-2x_1+10x_2-x_3=15\\-x_1-2x_2+5x_3=10\end{cases}$,从初始值$(0,0,0)^T$开始,计算出第 3 次迭代结果,并要求写出迭代公式,计算过程保留 4 位小数.

12. 已知一组试验数据

x_k	2	2.5	3	4	5	5.5
y_k	4	4.5	6	8	8.5	9

试用直线拟合这组数据.(计算过程保留 3 位小数)

13. 已知函数 $f(x)$的数值表

x_k	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
$f(x_k)$	0	0.0156	0.0624	0.1401	0.2474	0.3807	0.5333	0.6929	0.8414

试用复化抛物线公式计算积分$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$的近似值,计算过程中保留 4 位小数.

14. 用二分法求方程 $f(x)=\sin x-\frac{x^2}{4}=0$ 在区间[1.5,2]内的实根的近似值,使误差不超过 0.01. 计算过程保留 4 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第二学期"开放本科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

（供参考）

2009 年 7 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. C　　2. D　　3. A　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 4

7. $\boldsymbol{X}^{(k+1)}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{X}^{(k)}+\boldsymbol{f}$ $(k=1,2,3,\cdots)$

8. $\begin{cases}3a_0+6a_1=21\\6a_0+14a_1=48.2\end{cases}$

9. 12

10. 1.6685

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 解:迭代公式为.

$$\begin{cases}x_1^{(k+1)}=0.2x_2^{(k)}+0.1x_3^{(k)}+0.3\\x_2^{(k+1)}=0.2x_1^{(k)}+0.1x_3^{(k)}+1.5\\x_3^{(k+1)}=0.2x_1^{(k)}+0.4x_2^{(k)}+2\end{cases}\quad(k=0,1,2)$$ (4 分)

当 $k=0$ 时,$\boldsymbol{X}^{(0)}=(0,0,0)^T$,易得 $\boldsymbol{X}^{(1)}=(0.3000,1.5000,2.0000)^T$.

当 $k=1$ 时,$\boldsymbol{X}^{(1)}=(0.3000,1.5000,2.0000)^T$. (7 分)

$$\begin{cases}x_1^{(2)}=0.2\times1.5+0.1\times2+0.3=0.8000\\x_2^{(2)}=0.2\times0.3+0.1\times2+1.5=1.7600\\x_3^{(2)}=0.2\times0.3+0.4\times1.5+2=2.6600\end{cases}$$

当 $k=2$ 时,$\boldsymbol{X}^{(2)}=(0.8000,1.7600,2.6600)^T$. (11 分)

$$\begin{cases}x_1^{(3)}=0.2\times1.76+0.1\times2.66+0.3=0.9180\\x_2^{(3)}=0.2\times0.8+0.1\times2.66+1.5=1.9260\\x_3^{(3)}=0.2\times0.8+0.4\times1.76+2=2.8640\end{cases}$$

所以，$\boldsymbol{X}^{(3)}=(0.9180, 1.9260, 2.8640)^T$. （15 分）

12. 解：设直线 $y=a_0+a_1x$，那么 a_0, a_1 满足的法方程组公式为

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x_k = \sum y_k \\ a_0 \sum x_k + a_1 \sum x_k^2 = \sum x_k y_k \end{cases}$$ （3 分）

代入数据，经计算得到法方程组为

$$\begin{cases} 6a_0 + 22a_1 = 40 \\ 22a_0 + 90.5a_1 = 161.25 \end{cases}$$ （9 分）

解得 $a_0=1.229, a_1=1.483$ （14 分）

所求直线方程为 $y=1.229+1.483x$ （15 分）

13. 解：取 $m=4$，即 $n=8, h=0.125$，用复化抛物线求积公式计算积分

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{h}{3}[f(x_0)+f(x_8)+4(f(x_1)+f(x_3)+f(x_5)+f(x_7)) + 2(f(x_2)+f(x_4)+f(x_6))]$$ （5 分）

$$= \frac{0.125}{3}[0+0.8414+4(0.0156+0.1401+0.3807+0.6929) + 2(0.0624+0.2474+0.5333)]$$ （10 分）

$$= \frac{0.125}{3} \times [0.8414+4.9182+1.6862] = 0.3102$$ （15 分）

14. 解：$\varepsilon=0.01, a=1.5, b=2$. 由二分次数公式

$$n > \frac{\ln(b-a)-\ln\varepsilon}{\ln 2} - 1 = 4.6$$ （5 分）

取 $n=5$，即二分有根区间 5 次. $f(1.5)=0.43>0, f(2)=-0.09$

k	a_k	b_k	x_k	$f(x_k)$
0	1.5	2	1.75	+
1	1.75	2	1.875	+
2	1.875	2	1.9375	−
3	1.875	1.9375	1.9063	+
4	1.9063	1.9375	1.9219	+
5	1.9219	1.9375	1.9297	

取 $x^* \approx 1.9297$. （15 分）