

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第二学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题

2009 年 7 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数 $f(x+2)=x^2+4x+7$, 则 $f(x)=$ _____.
2. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin kx} = 2$, 则 $k=$ _____.
3. 曲线 $f(x)=e^x+1$ 在 $(0, 2)$ 处的切线斜率是_____.
4. 若 $\frac{1}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f'(x)=$ _____.
5. $(y')^4 + \ln y + y''' = \sin 2x$ 为_____阶微分方程.

得 分	评卷人

二、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 的图形关于()对称.
 - A. 坐标原点
 - B. x 轴
 - C. y 轴
 - D. $y=x$
2. 当 $k=($)时, 函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.
 - A. 0
 - B. 1
 - C. 2
 - D. 3
3. 函数 $y = x^2 + 2x + 7$ 在区间 $(-2, 2)$ 是().
 - A. 单调减少
 - B. 单调增加
 - C. 先单调减少后单调增加
 - D. 先单调增加后单调减少
4. 下列等式成立的是().
 - A. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$
 - B. $\int f'(x) dx = f(x)$
 - C. $d \int f(x) dx = f(x)$
 - D. $\int df(x) = f(x)$
5. 微分方程 $y' = y + 1$ 的通解为().
 - A. $y = ce^x + 1$
 - B. $y = ce^x - 1$
 - C. $y = \frac{1}{2}x^2 + c$
 - D. $y = x + c$

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每题 11 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$.

2. 设 $y = \ln x + \cos e^x$, 求 dy .

3. 计算不定积分 $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

4. 计算定积分 $\int_1^e \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

某制罐厂要生产一种体积为 V 的有盖圆柱形容器,问容器的底半径与高各为多少时可使用料最省?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第二学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2009 年 7 月

一、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. $x^2 + 3$

2. 3

3. 1

4. $\frac{2}{x^3}$

5. 3

二、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. A

2. D

3. C

4. A

5. B

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

1. 解:原式 = $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = 2$ 11 分

2. 解: $y' = \frac{1}{x} - e^x \sin e^x$ 9 分

$dy = (\frac{1}{x} - e^x \sin e^x) dx$ 11 分

3. 解: $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = - \int e^{\frac{1}{x}} d(\frac{1}{x}) = -e^{\frac{1}{x}} + c$ 11 分

4. 解: $\int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x d(\ln x) = e - \int_1^e dx = 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

解:设容器的底半径为 r ,高为 h ,则其表面积为

$$S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=4\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$,得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$,由实际问题可知,当 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 时可使用料最省,此时 $h=$

$\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$,即当容器的底半径与高分别为 $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 与 $\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ 时,用料最省.

16 分