

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题

2010 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

- 谓词公式 $\forall xA(x) \rightarrow B$ 与 $\exists x(A(x) \rightarrow B)$ 是()。
 - 蕴含式
 - 重言蕴含式
 - 等值式
 - 前束范式
- 设集合 $A = \{2, \{1\}\}$, 则 $P(A) = ()$ 。
 - $\{\emptyset, \{2\}, \{\{1\}\}\}$
 - $\{\emptyset, \{2\}, \{\{1\}\}, \{2, \{1\}\}\}$
 - $\{\{2\}, \{\{1\}\}, \{2, \{2\}\}\}$
 - $\{\emptyset, \{2\}, \{\{1\}\}, \{\{2\}, \{\{1\}\}\}\}$
- 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 下列二元关系中是 $A \rightarrow B$ 的函数的为()。
 - $R_1 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle d, 3 \rangle\}$
 - $R_1 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
 - $R_1 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle, \langle a, 3 \rangle\}$
 - $R_1 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle d, 2 \rangle\}$
- 设 L 是 n 阶无向图 G 上的一条通路, 则下面命题为假的是()。
 - L 可以不是简单通路, 而是初级通路
 - L 可以既是简单通路, 又是初级通路
 - L 可以既不是简单通路, 又不是初级通路
 - L 可以是简单通路, 而不是初级通路

5. 下列结论不正确是().

- A. 无向连通图 G 是欧拉图的充分必要条件是 G 不含奇数度结点
- B. 无向连通图 G 有欧拉通路的充分必要条件是 G 最多有两个奇数度结点
- C. 有向连通图 D 是欧拉图的充分必要条件是 D 的每个结点的入度等于出度
- D. 有向连通图 D 是欧拉图的充分必要条件是除两个结点外, 每个结点的入度等于出度

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

6. 命题公式 $\neg(P \rightarrow Q)$ 的主析取范式为_____.

7. 设个体域 $D = \{a, b, c\}$, 公式 $\forall x F(x) \rightarrow \exists y G(y)$ 消去量词化为_____.

8. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 集合 A 上的二元关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, c \rangle\}$, $S = \{\langle c, a \rangle, \langle c, c \rangle\}$, 则 $R \cdot S = \{\underline{\hspace{2cm}}\}$.

9. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$, 那么集合 A 到 B 的双射函数是_____.

10. 设图 G 如图 1 所示, 则图 G 的割点_____.

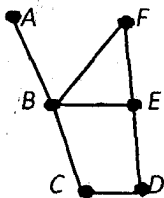


图 1

得 分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10 分, 共 50 分)

11. 列命题公式 $(P \vee Q) \rightarrow R$ 的真值表, 并给出该公式的成假赋值.

12. 设集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, e\}$, $C = \{a, b, d\}$, 求 $(A - B) \oplus (B \cup C)$.

13. 设二元关系 $R_1 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle\}$, $R_2 = \{\langle a, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, d \rangle\}$, 求 $R_1 \cap R_2$; $R_1 \oplus R_2$, $\text{Dom}(R_1)$, $\text{Ran}(R_2)$.

14. 设平面图 G (如图 2)

- (1) 求该平面图有多少个面, 并用 $R_0, R_1, R_2, R_3, \dots$ 等标出.
 (2) 写出每个面的边, 指出每个面的次数.

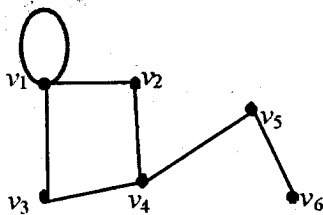


图 2

15. 设有向图 $D = \langle V, E \rangle$, 如图 3 所示. 请回答以下问题:

(1) 试写出图 D 的邻接矩阵;

(2) 已知 $A^2(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A^3(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

求: 从 v_2 到 v_4 长度等于 3 的通路有多少条和顶点 v_2 处长度小于等于 3 的回路多少条?

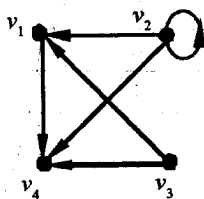


图 3

得 分	评卷人

四、证明题(本题共 10 分)

16. 用构造推理方法证明 $(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (S \rightarrow \neg Q) \wedge P \wedge S \Rightarrow R$.

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. C 2. B 3. D 4. A 5. D

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. $P \wedge \neg Q$
7. $(F(a) \wedge F(b) \wedge F(c)) \rightarrow (G(a) \vee G(b) \vee G(c))$
8. $\{\langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle\}$
9. $f_1 = \{\langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle\}, f_2 = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}$
10. B

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 做真值表.

P	Q	R	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \rightarrow R$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

(7 分)

公式为假的赋值是 $(0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0)$.

(10 分)

$$12. (A - B) \oplus (B \cup C) = (\{a, b, c, d, e\} - \{b, d, e\}) \oplus (\{b, d, e\} \cup \{a, b, d\})$$

$$= \{a, c\} \oplus \{a, b, d, e\} \quad (4 \text{ 分})$$

$$= \{a, b, c, d, e\} - \{a\} \quad (8 \text{ 分})$$

$$= \{b, c, d, e\} \quad (10 \text{ 分})$$

13. $R_1 \cap R_2 = \{ \langle b, d \rangle \}$. (3分)

$R_1 \oplus R_2 = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, d \rangle \}$ (7分)

$\text{Dom}(R_1) = \{ a, b, c \}$

$\text{Ran}(R_2) = \{ b, c, d \}$ (10分)

14. (1) 有 3 个面. 分别记为 R_0, R_1, R_2 , 如图 4. (2分)

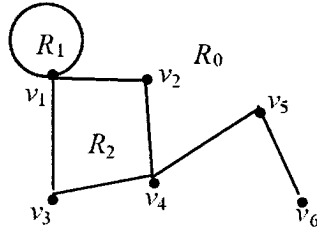


图 4

(2) R_0 的边为: $(v_1, v_1), (v_1, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_5, v_6), (v_6, v_5), (v_5, v_4), (v_4, v_2), (v_2, v_1)$;

R_1 的边为: (v_1, v_1) ;

R_2 的边为: $(v_1, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_2), (v_2, v_1)$. (8分)

$\text{deg}(R_0) = 9, \text{deg}(R_1) = 1, \text{deg}(R_2) = 4$. (10分)

15. (1) 有向图 D 的邻接矩阵: $A(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (4分)

(2) 因为 $A^3(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $a_{24} = 2$, 故从 v_2 到 v_4 长度等于 3 的通路有 2 条. (7分)

因为 $B_3(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$b_{22}^{(3)} = 3$, 故 v_2 上长度小于等于 3 的回路有 3 条. (10分)

四、证明题(本题共 10 分)

16. 前提: $P \rightarrow (Q \vee R), S \rightarrow \neg Q, P, S$

结论: R

证明

- | | | |
|------------------------------|---------------|--------|
| ① P | 前提引入(P) | |
| ② $P \rightarrow (Q \vee R)$ | 前提引入(P) | |
| ③ $Q \vee R$ | T ①, ②假言推理 | |
| ④ $S \rightarrow \neg Q$ | 前提引入(P) | (5 分) |
| ⑤ S | 前提引入(P) | |
| ⑥ $\neg Q$ | T ⑤, ④假言推理 | |
| ⑦ R | T ⑥, ③析取三段论 | (10 分) |