试卷代号:1012 **座位号**

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2010年1月

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. $\pi=3.141592653\cdots$有五位有效数字,则绝对误差限是( ).

A. 0.0005　　B. 0.00005

C. 0.000005　　D. 0.0000005

2. 用高斯—赛德尔迭代法解线性方程组$\begin{cases}x_1+2x_2-2x_3=1\\x_1+x_2-x_3=3\\2x_1+2x_2+x_3=5\end{cases}$的迭代公式中$x_2^{(k+1)}=$( )$(k=0,1,2,\cdots)$.

A. $3-x_1^{(k)}+x_3^{(k)}$　　B. $3-x_1^{(k)}+x_3^{(k+1)}$

C. $3-x_1^{(k+1)}+x_3^{(k)}$　　D. $3-x_1^{(k+1)}+x_3^{(k+1)}$

3. 已知数据(1,3.8),(2,7.2),(3,10),用拟合曲线拟合这些点,计算得法方程组为$\begin{cases}3a_0+6a_1=21\\6a_0+14a_1=48.2\end{cases}$,则拟合直线为( ).

A. $y=0.8+3.1x$　　B. $y=3.1+0.8x$

C. $y=1+x$　　D. $y=3+3x$

4. 已知 $n=4$ 时牛顿—科茨求积公式的科茨系数 $C_0^{(4)}=\frac{7}{90}$,$C_1^{(4)}=\frac{16}{45}$,$C_2^{(4)}=\frac{2}{15}$,那么 $C_3^{(4)}$ =(　　).

A. $\frac{7}{90}$　　　　B. $\frac{16}{45}$

C. $\frac{2}{15}$　　　　D. $\frac{39}{90}$

5. 用牛顿切线法求方程 $f(x)=0$ 在区间 $[a,b]$ 内的根,已知 $f(a)>0$,若选 a 为初始值应该有(　　),则它的解数列一定收敛到方程 $f(x)=0$ 的根.

A. $f'(a)<0$　　　　B. $f'(a)>0$

C. $f''(a)<0$　　　　D. $f''(a)>0$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 要使 $\sqrt{20}=4.472135\cdots$ 的近似值的相对误差限是 0.001,则近似值至少要取________位有效数字.

7. 用列主元消去法解线性方程组 $\begin{cases}2x_1+x_2+2x_3=5\\5x_1-x_2+x_3=8\\x_1-3x_2-4x_3=-4\end{cases}$,第 1 次选主元 $a_{21}=5$ 进行消元后,第 2 次应选主元________.

8. 已知 $\sqrt{100}=10$,$\sqrt{121}=11$,那么用线性插值求 $\sqrt{110}$ 的近似值的计算公式为________________.(只要求写出公式,不写公式不得分)

9. 已知函数值 $f(0.7)=0.343$,$f(1.1)=1.331$,$f(1.5)=3.375$,用抛物线求积公式计算定积分 $\int_{0.7}^{1.5}f(x)\mathrm{d}x$,那么 $\int_{0.7}^{1.5}f(x)\mathrm{d}x\approx$________.

10. 用二分法求方程 $x^3-2x-5=0$ 在区间 $[2,3]$ 内的实根,取区间中点 $x_0=2.5$,那么下一个有根区间是________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用高斯—赛德尔迭代法求线性方程组 $\begin{cases} 10x_1+3x_2+x_3=14 \\ 2x_1-10x_2+3x_3=-5 \\ x_1+3x_2+10x_3=14 \end{cases}$ 的 $X^{(2)}$. 取初始值 $(0,0,0)^T$,计算过程保留 4 位小数.

12. 已知连续函数 $f(x)$ 的函数值表

x	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	-1	1	2

求过这些点的牛顿插值多项式.

13. 设求积公式 $\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x \approx A_0 f(-a) + A_1 f(0) + A_2 f(a)$,试求待定系数 A_0, A_1, A_2 使得该求积公式的代数精度尽量高.

14. 用牛顿法求方程 $xe^x-1=0$ 在[0.5,0.6]之间的一个近似根,初始值取 0.5 或 0.6 之一. 满足 $|x_{k+1}-x_k| \leqslant 0.001$,计算过程保留 4 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2010年1月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. B　　2. C　　3. A　　4. B　　5. D

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 4

7. -2.8

8. $\dfrac{110-121}{100-121}\times 10+\dfrac{110-100}{121-100}\times 11$

9. 1.206

10. $[2,2.5]$

三、计算题(每小题15分,共60分)

11. 解:写出迭代格式

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)}=0-0.3x_2^{(k)}-0.1x_3^{(k)}+1.4 \\ x_2^{(k+1)}=0.2x_1^{(k+1)}+0+0.3x_3^{(k)}+0.5 \\ x_3^{(k+1)}=-0.1x_1^{(k+1)}-0.3x_2^{(k+1)}+0+1.4 \end{cases}\qquad (5分)$$

$X^{(0)}=(0,0,0)^T$.

$$\begin{cases} x_1^{(1)}=0-0.3\times 0-0.1\times 0+1.4=1.4 \\ x_2^{(1)}=0.2\times 1.4+0+0.3\times 0+0.5=0.78 \\ x_3^{(1)}=-0.1\times 1.4-0.3\times 0.78+0+1.4=1.026 \end{cases}$$

得到 $X^{(1)}=(1.4,0.78,1.026)^T$　　(10分)

$$\begin{cases} x_1^{(2)}=0-0.3\times 0.78-0.1\times 1.026+1.4=1.0634 \\ x_2^{(2)}=0.2\times 1.0634+0+0.3\times 1.026+0.5=1.0205 \\ x_3^{(2)}=-0.1\times 1.0634-0.3\times 1.0205+0+1.4=0.9875 \end{cases}$$

得到 $X^{(2)}=(1.0634,1.0205,0.9875)^T$　　(15分)

12. 解:求均差

x_k	$f(x_k)$	一阶均差	二阶均差	三阶均差
-1	-2			
0	-1	1		
1	1	2	1/2	
2	2	1	$-1/2$	$-1/3$

(10 分)

所求牛顿插值多项式

$$N_3=-1+x+\frac{1}{2}x(x+1)-\frac{1}{3}x(x+1)(x-1)$$ (15 分)

13. 解:因为有三个待定参数,至少列出三个方程,令 $f(x)=1,x,x^2$,代入求积公式,得到

$$\begin{cases}2a=A_0+A_1+A_2\\0=-A_0a+A_2a\\\dfrac{2a^3}{3}=A_0a^2+A_2a^2\end{cases}$$ (6 分)

解得 $A_0=A_2=\frac{a}{3},A_1=\frac{4a}{3}$. (9 分)

求积公式为

$$\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x\approx\frac{a}{3}[f(-a)+4f(0)+f(a)]$$ (13 分)

当 $f(x)=x^3$,使得求积公式精确成立,故该求积公式具有 3 次代数精度. (15 分)

14. 解:$f(x)=xe^x-1$,因为 $f'(x)=e^x+xe^x,f''(x)=e^x(2+x)$,

$f(0.5)f''(0.5)=(0.5e^{0.5}-1)e^{0.5}(2+0.5)<0$

$f(0.6)f''(0.6)=(0.6e^{0.6}-1)e^{0.6}(2+0.6)>0$

取 $x_0=0.6$. 牛顿法迭代公式 (5 分)

$$x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}=x_k-\frac{x_k-e^{-x_k}}{1+x_k}(k=0,1,2,\cdots)$$ (10 分)

$$x_1=0.6-\frac{0.6-e^{-0.6}}{1+0.6}=0.5680$$

$$x_2=0.5680-\frac{0.5680-e^{-0.5680}}{1+0.5680}=0.5671$$

$$x_3=0.5671-\frac{0.5671-e^{-0.5671}}{1+0.5671}=0.5671$$

$x^*\approx0.5671$ (15 分)