

试卷代号:1009

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

### 离散数学(本) 试题

2010 年 1 月

|    |   |   |   |   |   |   |    |
|----|---|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
| 分数 |   |   |   |   |   |   |    |

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

#### 一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 若集合  $A = \{a, \{a\}\}$ , 则下列表述正确的是( )。

- A.  $\{a\} \subseteq A$
- B.  $\{\{\{a\}\}\} \subseteq A$
- C.  $\{a, \{a\}\} \in A$
- D.  $\emptyset \in A$

2. 命题公式  $(P \vee Q)$  的合取范式是( )。

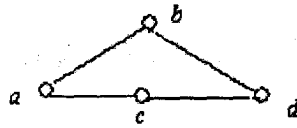
- A.  $(P \wedge Q)$
- B.  $(P \wedge Q) \vee (P \vee Q)$
- C.  $(P \vee Q)$
- D.  $\neg(\neg P \wedge \neg Q)$

3. 无向树  $T$  有 8 个结点, 则  $T$  的边数为( )。

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

4. 图 G 如图一所示, 以下说法正确的是 ( ).

- A.  $a$  是割点
- B.  $\{b, c\}$  是点割集
- C.  $\{b, d\}$  是点割集
- D.  $\{c\}$  是点割集



图一

5. 下列公式成立的为 ( ).

- A.  $\neg P \wedge \neg Q \Leftrightarrow P \vee Q$
- B.  $P \rightarrow \neg Q \Leftrightarrow \neg P \rightarrow Q$
- C.  $Q \rightarrow P \Rightarrow P$
- D.  $\neg P \wedge (P \vee Q) \Rightarrow Q$

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

二、填空题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

6. 设集合  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R$  是  $A$  到  $B$  的二元关系,

$$R = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A \text{ 且 } y \in B \text{ 且 } x \leq y \}$$

则  $R$  的有序对集合为 \_\_\_\_\_.

7. 如果  $R$  是非空集合  $A$  上的等价关系,  $a \in A, b \in A$ , 则可推知  $R$  中至少包含

\_\_\_\_\_ 等元素.

8. 设  $G = \langle V, E \rangle$  是有 4 个结点, 8 条边的无向连通图, 则从  $G$  中删去 \_\_\_\_\_ 条边, 可

以确定图  $G$  的一棵生成树.

9. 设  $G$  是具有  $n$  个结点  $m$  条边  $k$  个面的连通平面图, 则  $m$  等于 \_\_\_\_\_.

10. 设个体域  $D = \{1, 2\}$ ,  $A(x)$  为“ $x$  大于 1”, 则谓词公式  $(\exists x)A(x)$  的真值为

\_\_\_\_\_.

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

### 三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

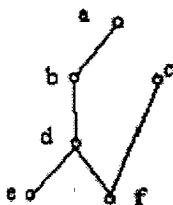
11. 将语句“今天考试,明天放假.”翻译成命题公式.
12. 将语句“我去旅游,仅当我有时间.”翻译成命题公式.

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

### 四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误,并说明理由.

13. 如果图  $G$  是无向图,且其结点度数均为偶数,则图  $G$  是欧拉图.
14. 若偏序集  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图如图二所示,则集合  $A$  的最大元为  $a$ ,最小元是  $f$ .



图二

|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

### 五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合  $A = \{\{1\}, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, \{1, 2\}\}$ , 试计算
  - (1)  $(A - B)$ ;
  - (2)  $(A \cap B)$ ;
  - (3)  $A \times B$ .
16. 设  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ,  $E = \{(v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4)\}$ , 试
  - (1) 给出  $G$  的图形表示;
  - (2) 写出其邻接矩阵;
  - (3) 求出每个结点的度数;
  - (4) 画出其补图的图形.

17. 设谓词公式  $(\exists x)(A(x, y) \rightarrow (\forall z)B(y, x, z))$ , 试

(1) 写出量词的辖域;

(2) 指出该公式的自由变元和约束变元.

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设  $A, B$  是任意集合, 试证明: 若  $A \times A = B \times B$ , 则  $A = B$ .

试卷代号:1009

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

## 离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 1 月

### 一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. A            2. C            3. B            4. B            5. D

### 二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6.  $\{ \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$

7.  $\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle$

8. 5

9.  $n+k-2$

10. 真(或  $T$ , 或 1)

### 三、逻辑公式翻译(每小题 4 分,本题共 12 分)

11. 设  $P$ :今天考试, $Q$ :明天放假. (2分)

则命题公式为: $P \wedge Q$ . (6分)

12. 设  $P$ :我去旅游, $Q$ :我有时间, (2分)

则命题公式为: $P \rightarrow Q$ . (6分)

### 四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 错误. (3分)

当图  $G$  不连通时图  $G$  不为欧拉图. (7分)

14. 错误. (3分)

集合  $A$  的最大元与最小元不存在, $a$  是极大元, $f$  是极小元. (7分)

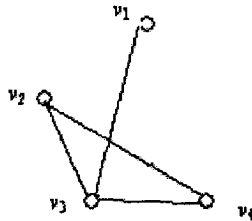
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. (1)  $A - B = \{\{1\}, 2\}$  (4 分)

(2)  $A \cap B = \{1\}$  (8 分)

(3)  $A \times B = \{\langle \{1\}, 1 \rangle, \langle \{1\}, \{1, 2\} \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, \{1, 2\} \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, \{1, 2\} \rangle\}$   
(12 分)

16. (1)  $G$  的图形表示为(如图三):



图三

(3 分)

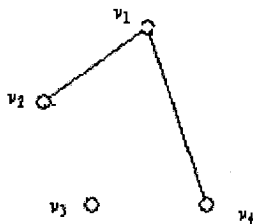
(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3)  $v_1, v_2, v_3, v_4$  结点的度数依次为 1, 2, 3, 2 (9 分)

(4) 补图如图四所示:



图四

(12 分)

17. (1)  $\exists x$  量词的辖域为  $(A(x, y) \rightarrow (\forall z)B(y, x, z))$ , (3分)

$\forall z$  量词的辖域为  $B(y, x, z)$ , (6分)

(2) 自由变元为  $(A(x, y) \rightarrow (\forall z)B(y, x, z))$  中的  $y$ , (9分)

约束变元为  $x$  与  $z$ . (12分)

#### 六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明: 设  $x \in A$ , 则  $\langle x, x \rangle \in A \times A$ , (1分)

因为  $A \times A = B \times B$ , 故  $\langle x, x \rangle \in B \times B$ , 则有  $x \in B$ , (3分)

所以  $A \subseteq B$ . (5分)

设  $x \in B$ , 则  $\langle x, x \rangle \in B \times B$ , (6分)

因为  $A \times A = B \times B$ , 故  $\langle x, x \rangle \in A \times A$ , 则有  $x \in A$ , 所以  $B \subseteq A$ . (7分)

故得  $A = B$ . (8分)