

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题

2010 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)} + \sqrt{4-x^2}$ 的定义域是_____.
2. 函数 $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1}$ 的间断点是_____.
3. 函数 $y = 3(x+1)^2$ 的单调增加区间是_____.
4. 若 $\int f(x) dx = \sin 2x + c$, 则 $f(x) =$ _____.
5. 微分方程 $(y'')^3 + 4xy''' = y^5 \sin x$ 的阶数为_____.

得分	评卷人

二、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 设函数 $y = \frac{10^{-x} + 10^x}{2}$, 则该函数是().
 - A. 奇函数
 - B. 偶函数
 - C. 非奇非偶函数
 - D. 既奇又偶函数
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中为无穷小量的是().
 - A. $\frac{1}{x}$
 - B. $\frac{\sin x}{x}$
 - C. $\ln(1+x)$
 - D. $\frac{x}{x^2}$
3. 设 $y = \lg 2x$, 则 $dy =$ ().
 - A. $\frac{1}{2x} dx$
 - B. $\frac{1}{x} dx$
 - C. $\frac{\ln 10}{x} dx$
 - D. $\frac{1}{x \ln 10} dx$
4. 在切线斜率为 $2x$ 的积分曲线族中, 通过点 $(1, 4)$ 的曲线为().
 - A. $y = x^2 + 1$
 - B. $y = x^2 + 2$
 - C. $y = x^2 + 3$
 - D. $y = x^2 + 4$
5. 微分方程 $y' = y + 1$ 的通解是().
 - A. $y = ce^x - 1$
 - B. $y = e^{cx} - 1$
 - C. $y = x + c$
 - D. $y = \frac{1}{2}x^2 + c$

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 5x + 4}$.
2. 设 $y = e^{\sqrt{x+1}} + \ln x$, 求 dy .
3. 计算不定积分 $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$.
4. 计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 1 月

一、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. $(-1,0) \cup (0,2]$

2. $x = -1$

3. $[-1, +\infty)$

4. $2\cos 2x$

5. 3

二、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. B

2. C

3. D

4. C

5. A

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

1. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+5)(x-1)}{(x-4)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{x-4} = -\frac{6}{3} = -2$ 11 分

2. 解: $y' = e^{\sqrt{x+1}} \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x}$ 9 分

$dy = \left(\frac{e^{\sqrt{x+1}}}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x} \right) dx$ 11 分

3. 解: $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \cos \frac{1}{x} d \frac{1}{x} = -\sin \frac{1}{x} + c$ 11 分

4. 解: $\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

解: 设底边的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2 h = 32$, $h = \frac{32}{x^2}$, 于是

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$, 解得 $x = 4$ 是惟一驻点, 易知 $x = 4$ 是函数的极小值点, 也就是所求的最

小值点, 此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$, 所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省. 16 分