**试卷代号:1012** **座位号**□□

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

# 计算机数学基础(2) 试题

2010年7月

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|
| 分 数 | | | | |

| 得 分 | 评卷人 |
|---|---|
| | |

**一、单项选择题(每小题4分,共20分)**

1. 若近似值$x$的绝对误差限为$\varepsilon=0.5\times10^{-2}$,那么以下有4位有效数字的$x$值是( ).

A. 0.9344　　B. 9.344

C. 93.44　　D. 934.4

2. 当线性方程组$AX=b$的系数矩阵$A$是( )时,用列主元消去法解$AX=b$,$A$的主对角线的元素一定是主元.

A. 上三角形矩阵　　B. 主对角线元素不为0的矩阵

C. 正定对称矩阵　　D. 对称且严格对角占优矩阵

3. 用$\varphi(x)$拟合数据$(x_1, y_1),(x_2, y_2),\cdots,(x_n, y_n)$的最小二乘法是选择$\varphi(x)$使( )最小.

A. $\sum_{k=1}^{n}(y_k-\varphi(x_k))^2$　　B. $\sum_{k=1}^{n}|y_k-\varphi(x_k)|$

C. $\sum_{k=1}^{n}(y_k-\varphi(x_k))$　　D. $(\sum_{k=1}^{n}(y_k-\varphi(x_k)))^2$

4. 已知 $n=4$ 时牛顿一科茨求积公式的科茨系数 $C_0^{(4)}=\frac{7}{90}$，$C_1^{(4)}=\frac{16}{45}$，$C_2^{(4)}=\frac{2}{15}$，那么 $C_3^{(4)}=($　　$)$.

A. $\frac{39}{90}$　　B. $\frac{16}{45}$

C. $\frac{2}{15}$　　D. $\frac{7}{90}$

5. 用牛顿法求方程 $f(x)=0$ 的近似根，选择初始值 $x_0$ 应满足(　　).

A. $f'(x_0)f(x_0)<0$　　B. $f'(x_0)f(x_0)>0$

C. $f''(x_0)f(x_0)<0$　　D. $f''(x_0)f(x_0)>0$

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

6. 用四舍五入的方法得到近似值 $x=0.0514$，那么 $x$ 的绝对误差限为____________.

7. 设线性方程组 $AX=b$ 的系数矩阵为 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.75 \\ 0.75 & 1 & 0.75 \\ 0.75 & 0.75 & 1 \end{bmatrix}$ 那么雅可比迭代矩阵

$B_0=$

________________________.

8. 已知数据(1，3.8)，(2，7.2)，(3，10)，用拟合曲线拟合这些点，计算得法方程组为

________________________.

9. 已知函数值 $f(0.7)=0.343$，　$f(1.1)=1.331$，　$f(1.5)=3.375$，用抛物线求积公式计算定积分 $\int_{0.7}^{1.5}f(x)\mathrm{d}x$，那么 $\int_{0.7}^{1.5}f(x)\mathrm{d}x\approx$____________.

10. 设函数 $f(x)$ 在区间[0，1]上连续，若满足____________，则方程 $f(x)=0$ 在区间[0,1]一定有实根.

| 得　分 | 评卷人 |
|---|---|
| | |

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用雅可比迭代法解线性方程组

$$\begin{cases}10x_1-2x_2-x_3=3\\-2x_1+10x_2-x_3=15\\-x_1-2x_2+5x_3=10\end{cases}$$

从初始值 $X^{(0)}=(0,0,0)^T$ 开始,计算出第 3 次迭代结果,并要求写出迭代公式,计算过程中保留 4 位小数.

12. 已知函数值 $f(0)=6,f(1)=10,f(3)=46,f(4)=82,f(6)=212$,求函数的四阶均差 $f(0,1,3,4,6)$ 和二阶均差 $f(4,1,3)$.

13. 将区间[1, 9]作 8 等分,试用复化梯形公式求积分

$$\int_1^9 \sqrt{6x-5}\,\mathrm{d}x$$

的近似值. 保留 4 位小数.

14. 用弦截法求方程 $x^5+3x-1=0$ 在[0.3, 0.4]之间的一个近似根,满足 $|x_{k+1}-x_k|\leqslant 0.01$. 保留 4 位小数.

**试卷代号:1012**

**中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期"开放本科"期末考试(半开卷)**

# 计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2010年7月

**一、单项选择题(每小题4分,共20分)**

1. C　　2. D　　3. A　　4. B　　5. D

**二、填空题(每小题4分,共20分)**

6. 0.00005

7. $\begin{bmatrix} 0 & -0.75 & -0.75 \\ -0.75 & 0 & -0.75 \\ -0.75 & -0.75 & 0 \end{bmatrix}$

8. $\begin{cases} 3a_0+6a_1=21 \\ 6a_0+14a_1=48.2 \end{cases}$

9. 1.206

10. $f(0)f(1)<0$

**三、计算题(每小题15分,共60分)**

11. 解:迭代公式为.

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)}=0.2x_2^{(k)}+0.1x_3^{(k)}+0.3 \\ x_2^{(k+1)}=0.2x_1^{(k)}+0.1x_3^{(k)}+1.5 \quad (k=0,1,2) \\ x_3^{(k+1)}=0.2x_1^{(k)}+0.4x_2^{(k)}+2 \end{cases}$$ (4分)

当$k=0$时,$X^{(0)}=(0,0,0)^T$,易得$X^{(1)}=(0.3000,\ 1.5000,\ 2.0000)^T$.

当$k=1$时,$X^{(1)}=(0.3000,1.5000,\ 2.0000)^T$.　(7分)

$$\begin{cases} x_1^{(2)}=0.2\times1.5+0.1\times2+0.3=0.8000 \\ x_2^{(2)}=0.2\times0.3+0.1\times2+1.5=1.7600 \\ x_3^{(2)}=0.2\times0.3+0.4\times1.5+2=2.6600 \end{cases}$$

当 $k=2$ 时，$X^{(2)}=(0.8000,\ 1.7600,\ 2.6600)^{T}$.　　　　(11 分)

$$\begin{cases} x_1^{(3)}=0.2\times 1.76+0.1\times 2.66+0.3=0.9180 \\ x_2^{(3)}=0.2\times 0.8+0.1\times 2.66+1.5=1.9260 \\ x_3^{(3)}=0.2\times 0.8+0.4\times 1.76+2=2.8640 \end{cases}$$

所以，$X^{(3)}=(0.918\ 0, 1.926\ 0, 2.864\ 0)^{T}$.　　　　(15 分)

12. 解：计算均差列表给出．

| $x_k$ | $f(x_k)$ | 一阶均差 | 二阶均差 | 三阶均差 | 四阶均差 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 | | | | |
| 1 | 10 | 4 | | | |
| 3 | 46 | 18 | 14/3 | | |
| 4 | 82 | 36 | 6 | 1/3 | |
| 6 | 212 | 65 | 29/3 | 11/15 | 1/15 |

$f(0,\ 1,\ 3,\ 4,\ 6)=\dfrac{1}{15}$，$f(4,\ 1,\ 3)=6$　　　　(15 分)

13. 解：计算列表

| $k$ | $x_k$ | $f(x_k)=\sqrt{6x-5}$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1.0000 |
| 1 | 2 | 2.6458 |
| 2 | 3 | 3.6056 |
| 3 | 4 | 4.3589 |
| 4 | 5 | 5.0000 |
| 5 | 6 | 5.5678 |
| 6 | 7 | 6.0828 |
| 7 | 8 | 6.5574 |
| 8 | 9 | 7.0000 |

$h=1$，用复化梯形公式

$$\int_1^9 \sqrt{6x-5}\,\mathrm{d}x=\frac{h}{2}\left[f(x_0)+f(x_8)+2\sum_{k=1}^{7}f(x_k)\right]$$　　　　(10 分)

$$=\frac{1}{2}\times[1+7+2(2.6458+3.6056+4.3589+5.0000+5.5678+6.0828+6.5574)]$$

$$=37.8183$$　　　　(15 分)

14. 解：设 $f(x)=x^5+3x-1$，取 $x_0=0.3, x_1=0.4, f(0.3)<0, f(0.4)>0$，

故 $f(x)=0$ 在[0.3，0.4]内有根． (3分)

建立迭代公式

$$x_{n+1}=x_n-\frac{x_n^5+3x_n-1}{x_n^5+3x_n-x_{n-1}^5-3x_{n-1}}(x_n-x_{n-1})(n=1,2,\ldots) \quad (6分)$$

当 $n=1$ 时，

$$x_2=0.4-\frac{0.4^5+3\times 0.4-1}{0.4^5+3\times 0.4-0.3^5-3\times 0.3}(0.4-0.3)=0.3317,$$

$$|x_2-x_1|=0.0683. \quad (10分)$$

当 $n=2$ 时，

$$x_3=0.3317-\frac{0.3317^5+3\times 0.3317-1}{0.3317^5+3\times 0.3317-0.4^5-3\times 0.4}(0.3317-0.4)=0.3320,$$

$$|x_3-x_2|=0.0003. \quad (13分)$$

取 $x^*\approx 0.3320$ 为原方程的近似根． (15分)