

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第二学期“开放专科”期末考试

### 微积分初步 试题

2010 年 7 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

#### 附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数  $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \sqrt{4-x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.
2. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{kx} = 2$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.
3. 曲线  $y = e^x$  在点  $(0, 1)$  处的切线方程是\_\_\_\_\_.
4.  $\frac{d}{dx} \int_1^e \ln(x^2 + 1) dx =$ \_\_\_\_\_.
5. 微分方程  $y' = y$  满足初始条件  $y(0) = 1$  的特解为\_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

二、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 设函数  $y = x \sin x$ , 则该函数是( ).
  - A. 偶函数
  - B. 奇函数
  - C. 非奇非偶函数
  - D. 既奇又偶函数
2. 当  $k =$  ( ) 时, 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x = 0$  处连续.
  - A. 0
  - B. 1
  - C. 2
  - D. 3
3. 下列结论中, ( ) 正确.
  - A.  $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续, 则一定在  $x_0$  处可微.
  - B. 函数的极值点一定发生在其驻点上.
  - C.  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续, 则一定在  $x_0$  处不可导.
  - D. 函数的极值点一定发生在其不可导点上.
4. 下列等式中正确的是( ).
  - A.  $\sin x dx = d(\cos x)$
  - B.  $\ln x dx = d\left(\frac{1}{x}\right)$
  - C.  $a^x dx = d(a^x)$
  - D.  $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d(2\sqrt{x})$
5. 微分方程  $(y'')^3 + 4xy''' = y^5 \sin x$  的阶数为( ).
  - A. 2
  - B. 3
  - C. 4
  - D. 5

得分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

1. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 3x + 2}$ .

2. 设  $y = \ln x + \cos^3 x$ , 求  $dy$ .

3. 计算不定积分  $\int (2x - 1)^{10} dx$ .

4. 计算定积分  $\int_1^{e^2} \ln x dx$ .

得分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

欲做一个底为正方形,容积为 108 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第二学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 7 月

一、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1.  $(-2, -1) \cup (-1, 4]$

2. 2

3.  $y = x + 1$

4. 0

5.  $y = e^x$

二、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. A

2. C

3. C

4. D

5. B

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

1. 解:原式  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x-1} = -2$  11 分

2. 解:  $y' = \frac{1}{x} + 3\cos^2 x(-\sin x)$  9 分

$$dy = \left( \frac{1}{x} - 3\sin x \cos^2 x \right) dx \quad 11 \text{ 分}$$

3. 解:  $\int (2x-1)^{10} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{10} d(2x-1) = \frac{1}{22} (2x-1)^{11} + c$  11 分

4. 解:  $\int_1^{e^2} \ln x dx = x \ln x \Big|_1^{e^2} - \int_1^{e^2} \frac{x}{x} dx = 2e^2 - e^2 + 1 = e^2 + 1$  11 分

四、应用题(本题 16 分)

解:设长方体底边的边长为  $x$ ,高为  $h$ ,用材料为  $y$ ,由已知  $x^2h=108, h=\frac{108}{x^2}$ ,于是

$$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{108}{x^2}=x^2+\frac{432}{x}$$

令  $y'=2x-\frac{432}{x^2}=0$ ,解得  $x=6$  是唯一驻点,

$$\text{且 } y''=2+\frac{2\times 432}{x^3}\Big|_{x=6}>0,$$

说明  $x=6$  是函数的极小值点,也就是所求的最小值点,所以当  $x=6, h=\frac{108}{36}=3$  时用料

最省.

16 分