

试卷代号:1012

座位号

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2011 年 1 月

题号	一	二	三	总分
分数				

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 数值 $x^* = 2.197224577\dots$ 的六位有效数字的近似值 $x = (\quad)$.

- A. 2.197225
- B. 2.19723
- C. 2.19722
- D. 2.19720

2. 用列主元消去法解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 = 2 \end{cases}$$

作第一次消元后得到的第三个方程是().

- A. $-x_2 + x_3 = 2$
- B. $-2x_2 + x_3 = 3$
- C. $x_2 - 0.5x_3 = -1.5$
- D. $-2x_2 + 1.5x_3 = 3.5$

3. 设过 3 个互异节点 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 的拉格朗日插值多项式 $P(x)$. $P(x)$

不一定必须满足的条件为().

- A. $P(x)$ 是最高次幂为 2 的多项式
- B. $P(x)$ 一定是二次多项式
- C. $P(x)$ 是不超过二次的多项式
- D. $P(x)$ 过这三个点

4. 用二点高斯—勒让德求积公式计算定积分 $\int_0^1 \sqrt{1+x} dx$ 的计算公式是() (已知

节点 $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$, 系数 $A=1$).

A. $\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} + \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} \right)$

B. $2 \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}$

C. $\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2}} \right)$

D. $\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}$

5. 用牛顿切线法求方程 $f(x)=0$ 在区间 $[a, b]$ 内的根, 已知 $f(a) > 0$, 若选 a 为初始值应该有(), 则它的解数列一定收敛到方程 $f(x)=0$ 的根.

A. $f'(a) < 0$

B. $f'(a) > 0$

C. $f''(a) < 0$

D. $f''(a) > 0$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

6. 要使 $\sqrt{20} = 4.472135\dots$ 的近似值的相对误差限小于 0.1%, 则近似值至少要取_____位有效数字.

7. 用迭代法求线性方程组 $AX=b$ 的数值解, 就是将方程组 $AX=b$ 变为同解的方程组 $X=BX+f$, 然后构造迭代格式_____, 从某一个初始解 X_0 出发逐步迭代求解.

8. 已知函数 $f(0.4)=0.411, f(0.5)=0.578, f(0.6)=0.697$, 用此函数表作牛顿插值多项式, 那么插值多项式 x^2 的系数是_____.

9. 已知函数 $y = f(x)$ 在点 $x_1 = 2$ 和 $x_2 = 5$ 处的函数值分别为 18 和 54, 已知 $f'(5) \approx 12$, 则 $f'(2) \approx$ _____.

10. 用二分法求方程 $x^3 - 2x - 5 = 0$ 在区间 $[2, 3]$ 内的实根, 取区间中点 $x_0 = 2.5$, 那么下一个有根区间是_____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用高斯顺序消去法解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 3 \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 3 \\ 6x_1 - x_2 + 18x_3 = 2 \end{cases},$$

保留 4 位小数.

12. 已知数据表

x_k	11	12	13
$f(x_k)$	2.3979	2.4849	2.5649

试用二次插值计算 $f(11.75)$ (计算过程保留 4 位小数). 并回答用线性插值计算 $f(11.75)$, 应取哪两个点更好?

13. 已知函数 $f(x)$ 的数值表

x_k	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
$f(x_k)$	0	0.0156	0.0624	0.1401	0.2474	0.3807	0.5333	0.6929	0.8414

试用复化抛物线公式计算积分 $\int_0^1 f(x) dx$ 的近似值, 计算过程中保留 4 位小数.

14. 用二分法求方程 $x^5 - x - 2 = 0$ 在区间 $[1, 1.5]$ 内的近似根(误差限 $\epsilon = 0.02$). 保留 4 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题答案及评分标准

(供参考)

2011 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. C 2. D 3. B 4. A 5. D

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 3
7. $X^{(k+1)} = BX^{(k)} + f$ ($k=1, 2, 3, \dots$)
8. -2.4
9. 12
10. [2, 2.5]

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 解: $[A : b] = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -4 & 3 \\ 1 & 4 & -5 & 3 \\ 6 & -1 & 18 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\substack{r_2 + (-\frac{1}{2})r_1 \\ r_3 + (-3)r_1}} \begin{bmatrix} 2 & 6 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 1.5 \\ 0 & -19 & 30 & -7 \end{bmatrix} \end{array} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\xrightarrow{r_3 + (19)r_2} \begin{bmatrix} 2 & 6 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 1.5 \\ 0 & 0 & -27 & 21.5 \end{bmatrix} \quad (7 \text{ 分})$$

系数矩阵为上三角形矩阵,于是回代得解

$$x_3 = \frac{21.5}{-27} = -0.7963$$

$$x_2 = 1.5 - 3 \times 0.7963 = -0.8889 \quad (12 \text{ 分})$$

$$x_1 = (3 - 4 \times 0.7963 + 6 \times 0.8889) / 2 = 2.5741$$

方程组的解为 $X \approx (2.5741, -0.8889, -0.7963)^T$ (15分)

12. 解: 已知三点作二次插值:

$$P_2(x) = \frac{(x-12)(x-13)}{2} \times 2.3979 - \frac{(x-11)(x-13)}{1} \times 2.4849 + \frac{(x-11)(x-12)}{2} \times 2.5649 \quad (6分)$$

$$\begin{aligned} f(11.75) &\approx P_2(11.75) = \frac{(11.75-12)(11.75-13)}{2} \times 2.3979 \\ &\quad - \frac{(11.75-11)(11.75-13)}{1} \times 2.4849 + \frac{(11.75-11)(11.75-12)}{2} \times 2.5649 \\ &= 2.4638 \end{aligned} \quad (12分)$$

若用线性插值, 应取 $x=11, x=12$ 作线性插值合适. (15分)

13. 解: 取 $m=4$, 即 $n=8, h=0.125$, 用复化抛物线求积公式计算积分

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \frac{h}{3} [f(x_0) + f(x_8) + 4(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + f(x_7)) \\ &\quad + 2(f(x_2) + f(x_4) + f(x_6))] \end{aligned} \quad (5分)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{0.125}{3} [0 + 0.8414 + 4(0.0156 + 0.1401 + 0.3807 + 0.6929) \\ &\quad + 2(0.0624 + 0.2474 + 0.5333)] \end{aligned} \quad (10分)$$

$$= \frac{0.125}{3} \times [0.8414 + 4.9182 + 1.6862] = 0.3102 \quad (15分)$$

14. 解: $\epsilon=0.02, a=1, b=1.5$. 由二分次数公式

$$n > \frac{\ln(b-a) - \ln\epsilon}{\ln 2} - 1 \approx 3.64 \quad (5分)$$

取 $n=4$, 即二分有根区间 4 次. $f(x) = x^5 - x - 2, f(1) = -2 < 0, f(1.5) = 4.0938 > 0$.

k	a_k	b_k	x_k	$f(x_k)$
0	1	1.5	1.25	-
1	1.25	1.5	1.375	+
2	1.25	1.375	1.3125	+
3	1.25	1.3125	1.2813	+
4	1.25	1.2813	1.2657	

(13分)

取 $x^* \approx 1.2657$ 为原方程的近似根.

(15分)