

试卷代号:1009

座位号

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

### 离散数学(本) 试题

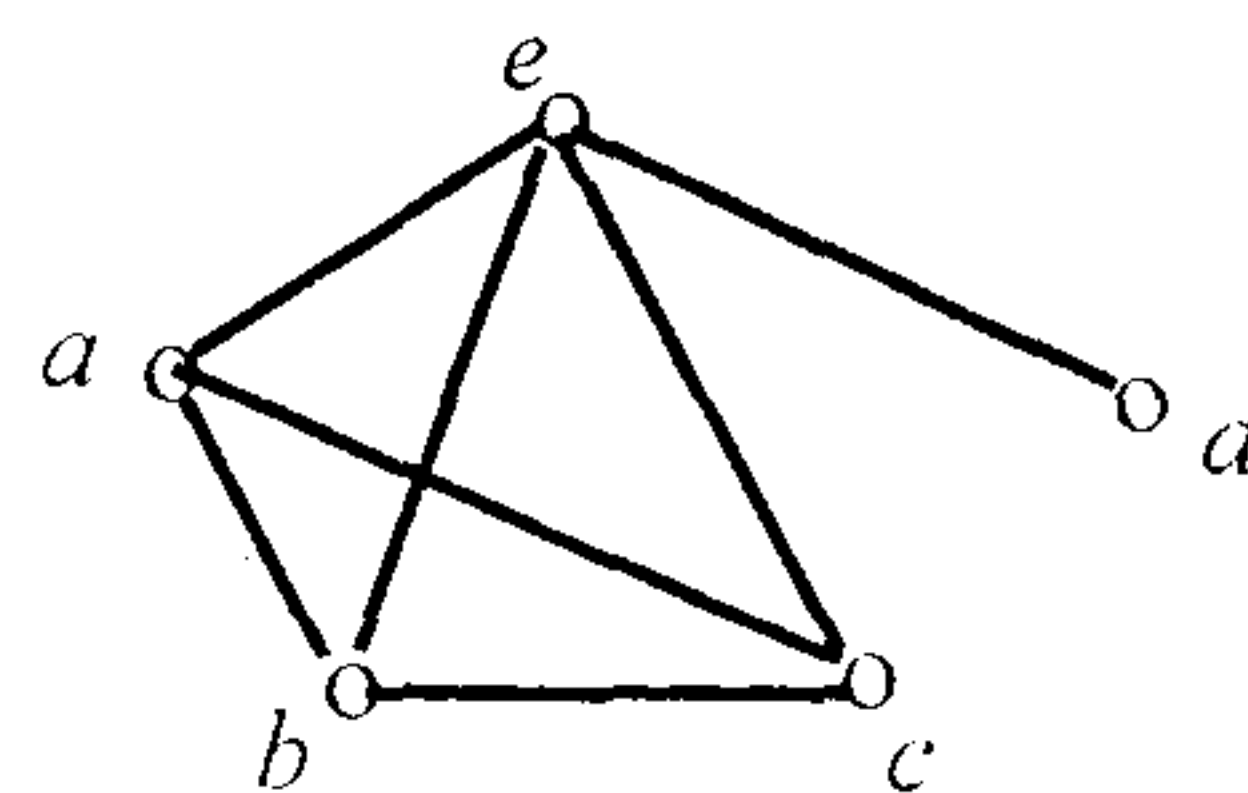
2011 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

#### 一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 若集合  $A = \{a, \{1\}\}$ , 则下列表述正确的是( ).
  - $\{1\} \in A$
  - $\{1\} \subseteq A$
  - $\{a\} \in A$
  - $\emptyset \in A$
- 设图  $G = \langle V, E \rangle, v \in V$ , 则下列结论成立的是( ).
  - $\deg(v) = 2|E|$
  - $\deg(v) = |E|$
  - $\sum_{v \in V} \deg(v) = |E|$
  - $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$
- 如图一所示, 以下说法正确的是( ).
  - $(e, c)$  是割边
  - $(d, e)$  是割边
  - $(b, a)$  是割边
  - $(b, c)$  是割边
- 命题公式  $(P \vee Q)$  的合取范式是( ).
  - $P$
  - $(P \wedge Q)$
  - $(P \vee P)$
  - $(P \vee Q)$
- 下列等价公式成立的为( ).
  - $P \wedge Q \Leftrightarrow P \vee Q$
  - $\neg Q \rightarrow P \Leftrightarrow P \rightarrow Q$
  - $\neg P \wedge P \Leftrightarrow \neg Q \wedge Q$
  - $\neg P \vee P \Leftrightarrow Q$



图一

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合  $A=\{0,1,2\}$ ,  $B=\{1,2,3,4\}$ ,  $R$  是  $A$  到  $B$  的二元关系,

$$R=\{\langle x,y \rangle \mid x \in A \text{ 且 } y \in B \text{ 且 } x,y \in A \cap B\}$$

则  $R$  的有序对集合为\_\_\_\_\_.

7. 设  $G$  是连通平面图,  $v, e, r$  分别表示  $G$  的结点数, 边数和面数, 则  $v, e$  和  $r$  满足的关系式\_\_\_\_\_.

8. 设  $G=\langle V, E \rangle$  是有 20 个结点, 25 条边的连通图, 则从  $G$  中删去\_\_\_\_\_条边, 可以确定图  $G$  的一棵生成树.

9. 无向图  $G$  存在欧拉回路, 当且仅当  $G$  所有结点的度数全为偶数且\_\_\_\_\_.

10. 设个体域  $D=\{1,2\}$ , 则谓词公式  $\forall x A(x)$  消去量词后的等值式为\_\_\_\_\_.

得分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果小李学习努力, 那么他就会取得好成绩.”翻译成命题公式.

12. 将语句“小张学习努力, 小王取得好成绩.”翻译成命题公式.

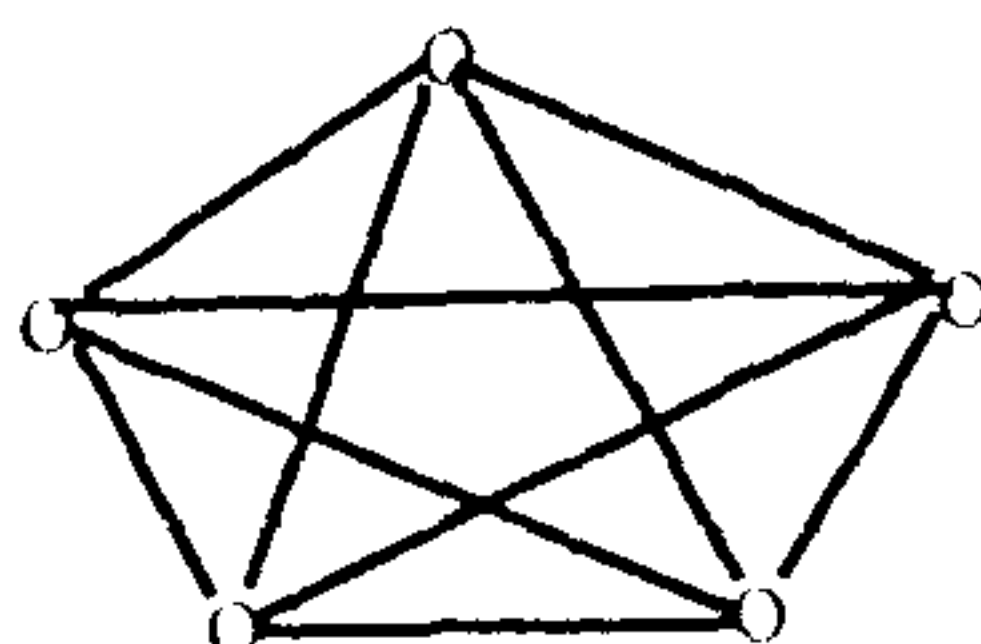
得分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误, 并说明理由.

13. 如果  $R_1$  和  $R_2$  是  $A$  上的自反关系, 则  $R_1 \cap R_2$  是自反的.

14. 如图二所示的图中存在一条欧拉回路.



图二

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设  $A = \{\{2\}, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, \{1, 2\}\}$ , 试计算

(1)  $(A - B)$ ;

(2)  $(A \cap B)$ ;

(3)  $A \times B$ .

16. 设  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E = \{(v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5)\}$ , 试

(1) 给出  $G$  的图形表示;

(2) 写出其邻接矩阵;

(3) 求出每个结点的度数;

(4) 画出其补图的图形.

17. 设谓词公式  $\exists x(A(x, y) \wedge \forall zB(x, y, z)) \wedge \forall yC(y, z)$ , 试

(1) 写出量词的辖域;

(2) 指出该公式的自由变元和约束变元.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明集合等式  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

试卷代号:1009

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2011 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. A                      2. D                      3. B                      4. D                      5. C

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6.  $\{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle \}$

7.  $v-e+r=2$

8. 6

9. 连通

10.  $A(1) \wedge A(2)$

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 设  $P$ :小李学习努力, $Q$ :小李会取得好成绩, (2 分)

$P \rightarrow Q$ . (6 分)

12. 设  $P$ :小张学习努力, $Q$ :小王取得好成绩, (2 分)

$P \wedge Q$ . (6 分)

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 正确. (3 分)

$R_1$  和  $R_2$ ,是自反的,  $\forall x \in A, \langle x, x \rangle \in R_1, \langle x, x \rangle \in R_2$ ,

则  $\langle x, x \rangle \in R_1 \cap R_2$ ,

所以  $R_1 \cap R_2$  是自反的. (7 分)

14. 正确. (3 分)

因为图  $G$  为连通的,且其中每个顶点的度数为偶数. (7 分)

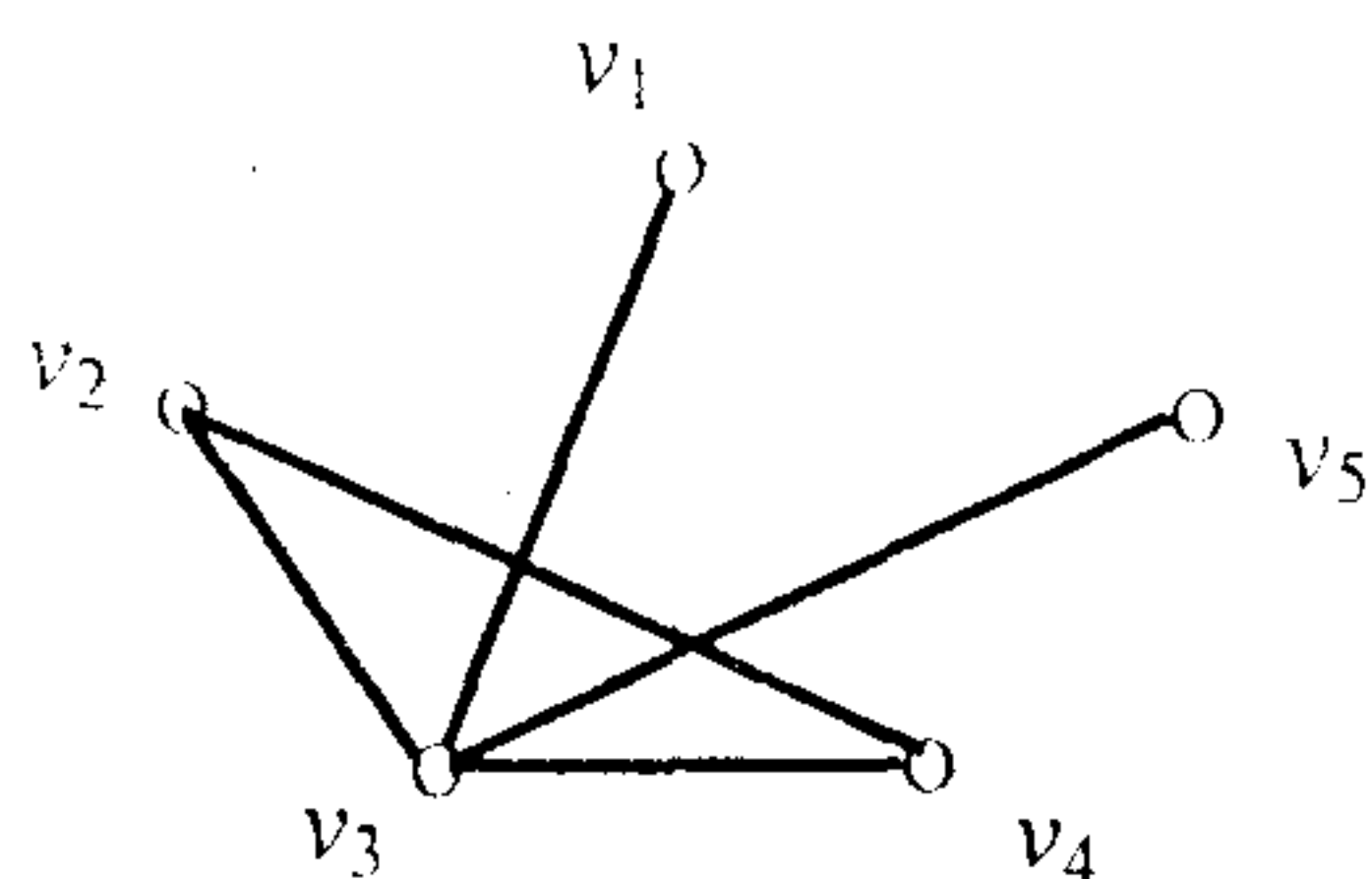
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. (1)  $A - B = \{2, \{2\}\}$  (4 分)

(2)  $A \cap B = \{1\}$  (8 分)

(3)  $A \times B = \{ \langle \{2\}, 1 \rangle, \langle \{2\}, \{1,2\} \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, \{1,2\} \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, \{1,2\} \rangle \}$   
(12 分)

16. (1)  $G$  的图形表示如图三:



图三

(3分)

(2) 邻接矩阵:

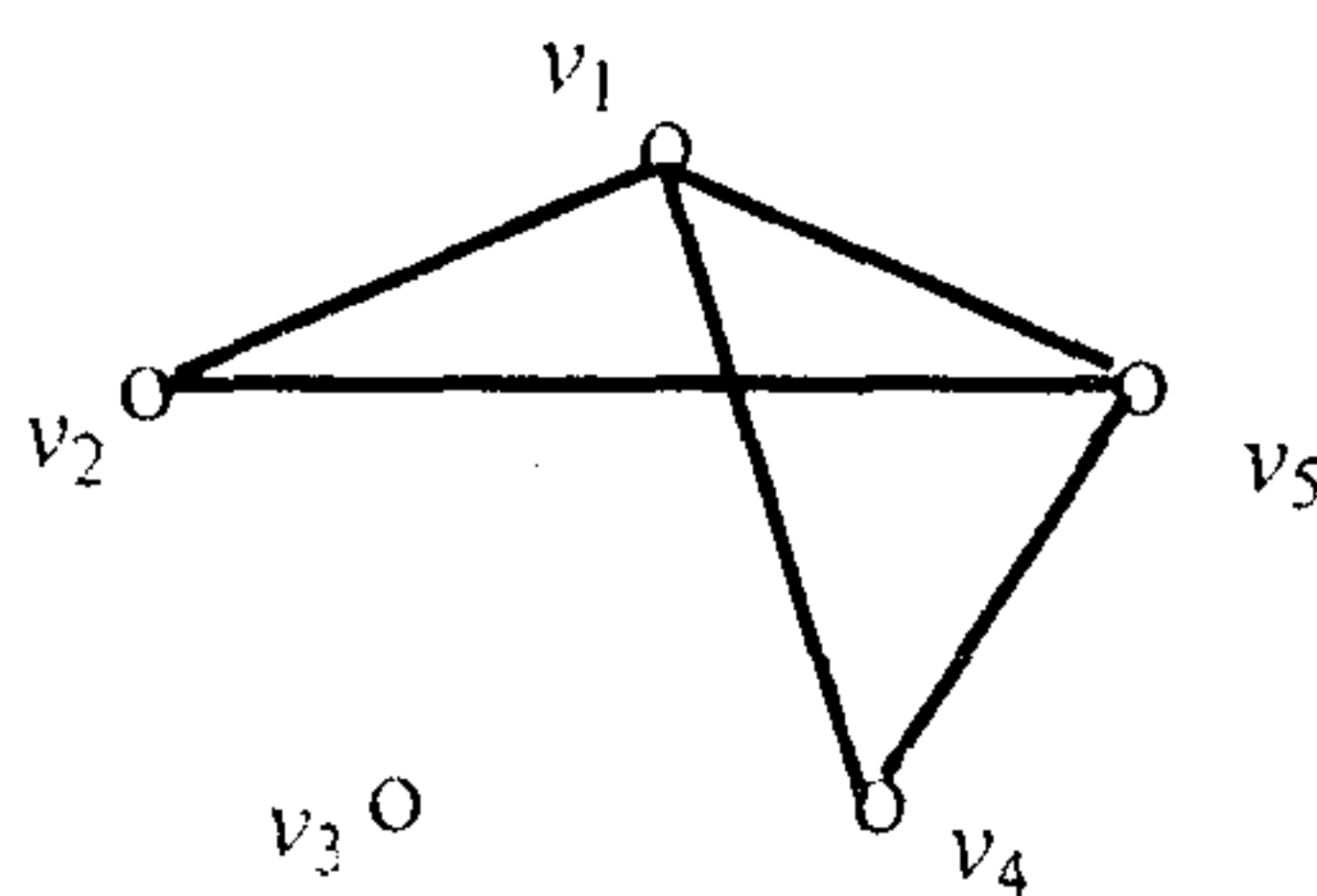
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(6分)

(3)  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$  结点的度数依次为 1, 2, 4, 2, 1

(9分)

(4) 补图如图四:



图四

(12分)

17. (1)  $\exists x$  量词的辖域为  $(A(x, y) \wedge \forall z B(x, y, z))$ ,

(2分)

$\forall z$  量词的辖域为  $B(x, y, z)$ ,

(4分)

$\forall y$  量词的辖域为  $C(y, z)$ .

(6分)

(2) 自由变元为  $(A(x, y) \wedge \forall z B(x, y, z))$  中的  $y$ , 以及  $C(y, z)$  中的  $z$ .

(9分)

约束变元为  $(A(x, y) \wedge \forall z B(x, y, z))$  中的  $x$  与  $B(x, y, z)$  中的  $z$ , 以及  $C(y, z)$  中的  $y$ . (12分)

#### 六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明: 设  $S = A \cup (B \cap C)$ ,  $T = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ , 若  $x \in S$ , 则  $x \in A$  或  $x \in B \cap C$ ,

(1分)

即  $x \in A$  或  $x \in B$  且  $x \in A$  或  $x \in C$ .

(2分)

也即  $x \in A \cup B$  且  $x \in A \cup C$ ,

(3分)

即  $x \in T$ , 所以  $S \subseteq T$ .

(4分)

反之, 若  $x \in T$ , 则  $x \in A \cup B$  且  $x \in A \cup C$ ,

(5分)

即  $x \in A$  或  $x \in B$  且  $x \in A$  或  $x \in C$ ,

(6分)

也即  $x \in A$  或  $x \in B \cap C$ , 即  $x \in S$ , 所以  $T \subseteq S$ .

(7分)

因此  $T = S$ .

(8分)