

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放专科”期末考试

### 微积分初步 试题

2011 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$



得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$ .

12. 设  $y = \sin 5x + \cos^3 x$ , 求  $dy$ .

13. 计算不定积分  $\int \frac{3 - \sqrt{x^3} + x \sin x}{x} dx$ .

14. 计算定积分  $\int_0^{\pi} \frac{x}{2} \sin x dx$ .

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为  $4\text{m}^3$  的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2011 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. C            2. D            3. B            4. A            5. D

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6.  $x^2 - 6$

7. 0

8. 2

9. 2

10.  $y = e^x$

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 解:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-3}{x-2} = \frac{5}{4}$  (11 分)

12. 解:  $y' = 5\cos 5x + 3 \cos^2 x (-\sin x)$   
 $= 5\cos 5x - 3\sin x \cos^2 x$  (9 分)

$dy = (5\cos 5x - 3\sin x \cos^2 x) dx$  (11 分)

13. 解:  $\int \frac{3 - \sqrt{x^3} + x \sin x}{x} dx = 3 \ln |x| - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \cos x + c$  (11 分)

14. 解:  $\int_0^{\pi} \frac{x}{2} \sin x dx = -\frac{1}{2} x \cos x \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos x dx = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \sin x \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}$  (11 分)

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设水箱的底边长为  $x$ , 高为  $h$ , 表面积为  $S$ , 且有  $h = \frac{4}{x^2}$

$$\text{所以 } S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x},$$

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$\text{令 } S'(x) = 0, \text{ 得 } x = 2, \quad (10 \text{ 分})$$

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当  $x = 2, h = 1$  时水箱的表面积最小.

$$\text{此时的费用为 } S(2) \times 10 + 40 = 160(\text{元}) \quad (16 \text{ 分})$$