

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题

2011 年 7 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设 P, Q 为两个命题, $P \rightarrow Q$ 的真值为 0. 当且仅当 P, Q 的赋值为().
A. (1,0)
B. (0,1)
C. (0,0)
D. (1,1)
2. 设 $A = \{1, 2\}, B = \{a, b, c\}, C = \{c, d\}$, 则 $A \times (B \cap C) = ()$.
A. $\{\langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle\}$
B. $\{\langle 1, c \rangle, \langle 2, c \rangle\}$
C. $\{\langle c, 1 \rangle, \langle 2, c \rangle\}$
D. $\{\langle 1, c \rangle, \langle c, 2 \rangle\}$
3. 设 A, B, C 为三个集合, 那么以下推理正确的是().
A. $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \in C$
B. $A \in B, B \in C$, 则 $A \in C$
C. $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$
D. $A \in B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$

4. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, 则下列结论成立的是().

A. $\deg(V) = 2 |E|$

B. $\deg(V) = |E|$

C. $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2 |E|$

D. $\sum_{v \in V} \deg(v) = |E|$

5. 以下命题正确的是().

A. $n(n \geq 1)$ 阶完全图 K_n 都是欧拉图

B. $n(n \geq 1)$ 阶完全图 K_n 都是哈密顿图

C. $n(n \geq 5)$ 阶完全图 K_n 都是平面图

D. 连通且满足 $m = n - 1$ 的图 $\langle V, E \rangle$ (其中 $|V| = n, |E| = m$) 是树

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 设 $Q(x):x$ 是有理数, $Z(x):x$ 是整数. 则命题“有的有理数是整数”在谓词逻辑中符号化为_____.

7. 设个体域 $D = \{1, 2\}$, 那么谓词公式 $\exists x A(x) \vee \forall y B(y)$ 消去量词后的等值式为_____.

8. 若集合 $A \subseteq \emptyset$ 当且仅当_____.

9. 设 $X = \{a, b, c\}$, R 是 X 上的二元关系, 其关系矩阵为 $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 那么 R 的关系

图为_____.

10. 设平面图 $G = \langle V, E \rangle$ 有 r 个面: R_0 (无限面), R_1, R_2, \dots, R_{r-1} , 则有 $2 |E| =$ _____.

得分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 化简命题公式 $((P \rightarrow \neg P) \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow P) \rightarrow R)$.

12. 设谓词公式 $\exists x(P(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)) \wedge \forall yR(y, z) \leftrightarrow F(y)$, 试写出量词的辖域, 并指出该公式的自由变元和约束变元.

13. 设给定集合 $A = \{a, b\}$,

(1) 写出 $P(A)$;

(2) $P(A)$ 上的包含关系 \subset 的集合表达式.

14. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 已知 A 上的二元关系 R 的关系图如图 1 所示, 试写出 R 的集合表达式, 并指出 R 具有的性质.

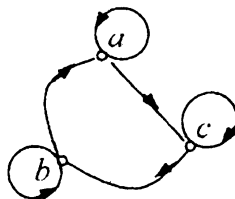


图 1 第 14 题图

15. (1) 在一棵有 2 个 2 度结点, 4 个 3 度结点, 其余为树叶的无向图中, 应该有几片树叶?

(2) 画出两棵不同构的满足条件(1)的结点度数的无向树 T_1, T_2 .

得分	评卷人

四、证明题(本题共 10 分)

16. 利用图 2(平面图), 验证欧拉公式成立.

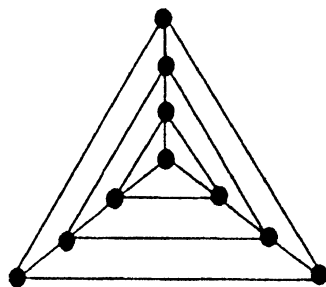


图 2 第 16 题图

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2010—2011 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2011 年 7 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. A 2. B 3. C 4. C 5. D

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. $\exists x(Q(x) \wedge Z(x))$

7. $A(1) \vee A(2) \vee (B(1) \wedge B(2))$

8. $A = \emptyset$

9. 如图 3 所示

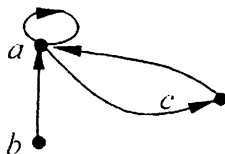


图 3 第 9 题解图

10. $\sum_{k=0}^{r-1} \deg(R_k)$

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 解: $((P \rightarrow \neg P) \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow P) \rightarrow R)$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \vee \neg P) \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee P) \rightarrow R)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee R)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee R)$$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P) \vee R$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee R$$

(10 分)

12. 解: $\exists x$ 的辖域是: $P(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)$;

$\forall z$ 的辖域是: $Q(y, x, z)$;

$\forall y$ 的辖域是: $R(y, x)$ (6分)

公式的自由变元是: $P(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)$ 中的 y , $R(y, z)$ 中的 z , $F(y)$ 中的 y ; 约束变元是: $P(x, y) \rightarrow \forall zQ(y, x, z)$ 中的 x, z , $R(y, z)$ 中的 y . (10分)

13. 解: (1) $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ (4分)

(2) $C = \{\langle \emptyset, \{a\} \rangle, \langle \emptyset, \{b\} \rangle, \langle \emptyset, \{a, b\} \rangle, \langle \{a\}, \{a, b\} \rangle, \langle \{b\}, \{a, b\} \rangle\}$ (10分)

14. 解: R 的表达式为

$$R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, c \rangle\}$$
 (6分)

R 具有自反性, 反对称性. (10分)

15. 解: (1) 设有 k 片树叶, 则该树有 $k+2+4$ 个结点, 根据树的等价定义, 有 $k+5$ 条边. 由握手定理, $2 \times (k+5) = k+2 \times 2 + 4 \times 3 = k+16$, 故 $k=6$. 即有 6 片树叶. (5分)

(2) 非同构的树如图 4 所示

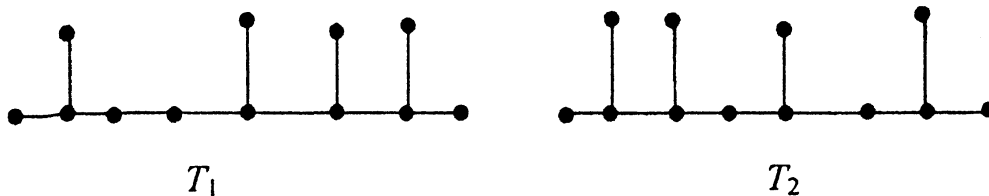


图 4 第 14 题解图 (10分)

四、证明题(本题共 10 分)

16. 证明: 如图 2, 有 $r=10$ 个面, $v=10$ 个结点, $e=18$ 条边. (5分)

即 $v - e + r = 10 - 18 + 10 = 2$

所以, 欧拉公式成立. (10分)