试卷代号:1012 **座位号**

中央广播电视大学2010—2011学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2011年7月

题　号	一	二	三	总　分
分　数				

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. $\pi=3.141592653\cdots$的五位有效数字,它的绝对误差限是π的左起第五位的半个单位,即绝对误差限是(　　).

A. 0.0005　　　　B. 0.00005

C. 0.000005　　　　D. 0.0000005

2. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}10 & -2 & -1\\ -2 & 10 & -1\\ -1 & -2 & 5\end{bmatrix}$,那么以 A 为系数矩阵的线性方程组 $AX=b$ 的雅可比迭代矩阵为(　　).

A. $\begin{bmatrix}0 & 0.2 & 0.1\\ 0.2 & 0 & 0.1\\ 0.2 & 0.4 & 0\end{bmatrix}$　　　　B. $\begin{bmatrix}1 & 0.2 & 0.1\\ 0.2 & 1 & 0.1\\ 0.2 & 0.4 & 1\end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix}0 & -0.2 & -0.1\\ -0.2 & 0 & -0.1\\ -0.2 & -0.4 & 0\end{bmatrix}$　　　　D. $\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{bmatrix}$

3. 过(x_0, y_0),(x_1, y_1)两点的线性插值基函数 $l_0(x)$,$l_1(x)$满足(　　).

A. $l_0(x_0)=1, l_1(x_1)=1$　　　　B. $l_0(x_1)=0, l_1(x_1)=0$

C. $l_0(x_0)=1, l_1(x_0)=1$　　　　D. $l_0(x_0)=0, l_1(x_1)=0$

4. 用高斯一勒让德求积公式计算定积分 $\int_0^1 \cos dx$ 使其具有 7 次代数精度,那

应取(　　)个节点.

A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 5

5. 用二分法求方程 $f(x)=0$ 在区间$[a, b]$上的根,那么二分有根区间的次数 n (　　)

A. 只与函数 $f(x)$有关

B. 只与误差限有关

C. 与有根区间的长度、误差限以及函数 $f(x)$有关

D. 只与有根区间的长度以及误差限有关

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 设近似值 x_1, x_2的绝对误差限分别为 $\varepsilon(x_1)$,$\varepsilon(x_2)$,则 $\varepsilon(x_1x_2)=$__________.

7. 用列主元消去法解线性方程组

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 9x_3 = 0 \\ -4x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases},$$

第 1 次消元,选择主元为__________.

8. 已知 $f(1)=1, f(2)=3$,那么 $y=f(x)$以 $x=1,2$ 为节点的拉格朗日线性插值多项

为__________.

9. 使求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^{n} A_k f(x_k)$ 具有__________次的代数精度,则称该

积公式是高斯求积公式.

10. 用牛顿法求方程 $f(x)=0$ 在$[a, b]$内的根,已知 $f'(x)$在$[a, b]$内不为 0,$f''(x)$

$[a, b]$内不变号,那么选择初始值 x_0满足____________________

则它的迭代解数列一定收敛到方程 $f(x)=0$ 的根.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用高斯顺序消去法解线性方程组

$$\begin{cases} -2x_1+10x_2-x_3=15 \\ 10x_1-2x_2-x_3=3 \\ -x_1-2x_2+5x_3=10 \end{cases},$$

保留 4 位小数.

12. 已知一组试验数据

x_k	2	2.5	3	4	5	5.5
y_k	4	4.5	6	8	8.5	9

试用直线拟合这组数据.(计算过程保留 3 位小数)

13. 用复化梯形公式计算积分 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ 之值. 其中 $f(x)$ 的值由下表给出. 保留 4 位小数.

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1	1.0195	1.0727	1.1442	1.2113	1.2484

14. 用牛顿法求方程 $x^3-3x-1=0$ 在[1,2]之间的一个近似根,要求 $|x_n-x_{n-1}|\leqslant 0.00005$. 取 1 或 2 作为初始值. 保留 4 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学2010—2011学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2011年7月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. B　　2. A　　3. A　　4. C　　5. D

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. $|x_2|\varepsilon(x_1)+|x_1|\varepsilon(x_2)$

7. -4

8. $2x-1$

9. $2n+1$

10. $f(x_0)f''(x_0)>0$(或$f(x_0)$与$f''(x_0)$同号)

三、计算题(每小题15分,共60分)

11. 解:$[A\vdots b]=\begin{bmatrix}-2 & 10 & -1 & 15\\ 10 & -2 & -1 & 3\\ -1 & -2 & 5 & 10\end{bmatrix}\xrightarrow[r_3+r_1(-\frac{1}{2})]{r_2+r_1(5)}\begin{bmatrix}-2 & 10 & -1 & 15\\ 0 & 48 & -6 & 78\\ 0 & -7 & 5.5 & 2.5\end{bmatrix}$　　(4分)

$$\xrightarrow{r_3+r_2(\frac{7}{48})}\begin{bmatrix}-2 & 10 & -1 & 15\\ 0 & 48 & -6 & 78\\ 0 & 0 & 4.625 & 13.875\end{bmatrix}$$　　(8分)

系数矩阵已是上三角形矩阵,消元停止,回代

$$x_3=\frac{13.875}{4.625}=3,$$

$$x_2=\frac{1}{48}(78+6x_3)=2,$$

$$x_1=-\frac{1}{2}(15-10x_2+x_3)=1$$　　(13分)

原方程组的解为 $X=(1,2,3)^{\mathrm{T}}$　　(15分)

12. 解：设直线 $y=a_0+a_1x$，那么 a_0，a_1满足的法方程组公式为

$$\begin{cases}a_0 n+a_1\sum x_k=\sum y_k \\ a_0\sum x_k+a_1\sum x_k^2=\sum x_k y_k\end{cases} \qquad (3\text{分})$$

代入数据，经计算得到法方程组为

$$\begin{cases}6a_0+22a_1=40 \\ 22a_0+90.5a_1=161.25\end{cases} \qquad (9\text{分})$$

解得 $a_0=1.229$，$a_1=1.483$　(14 分)

所求直线方程为 $y=1.229+1.483x$　(15 分)

13. 解：$h=0.2$，复化梯形公式为

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\approx\frac{h}{2}[f(0)+2(f(0.2)+f(0.4)+f(0.6)+f(0.8))+f(1)] \qquad (7\text{分})$$

$$=0.1\times[1+2\times(1.0195+1.0727+1.1442+1.2113)+1.2484]$$

$$=1.1143 \qquad (15\text{分})$$

14. 解：$f(x)=x^3-3x-1$，$f(1)=-3<0$，$f(2)=1>0$

$f'(x)=3x^2-3$，$f''(x)=6x$，$f''(2)=12>0$，故取 $x=2$ 作初始值．　(3 分)

迭代公式为

$$x_n=x_{n-1}-\frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}=x_{n-1}-\frac{x_{n-1}^3-3x_{n-1}-1}{3x_{n-1}^2-3}\left(\text{或}\frac{2x_{n-1}^3+1}{3(x_{n-1}^2-1)}\right),n=1,2,\cdots \qquad (6\text{分})$$

$$x_0=2,\ x_1=\frac{2\times 2^3+1}{3\times(2^2-1)}=1.8889,$$

$$x_2=\frac{2\times 1.8889^3+1}{3\times(1.8889^2-1)}=1.8795,\qquad |x_2-x_1|=0.0094$$

$$x_3=\frac{2\times 1.8795^3+1}{3\times(1.8795^2-1)}=1.8794,\qquad |x_3-x_2|=0.0001$$

$$x_4=\frac{2\times 1.8794^3+1}{3\times(1.8794^2-1)}=1.8794,\qquad |x_4-x_3|=0.0000 \qquad (12\text{分})$$

方程的根 $x^*\approx 1.8794$.　(15 分)