

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题

2012 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 下列不是重言蕴含式的为()。

A. $A \wedge B \Rightarrow A$

B. $A \vee B \Rightarrow A$

C. $A, B \Leftrightarrow A \wedge B$

D. $B \Rightarrow A \rightarrow B$

2. 设集合 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, 则 $P(A) = ()$ 。

A. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$

B. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

C. $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

D. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

3. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的偏序关系 R 的关系图如图 1 所示, 那么偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图是()。

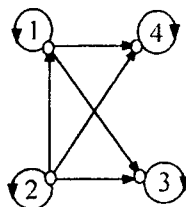
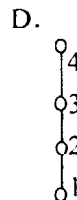
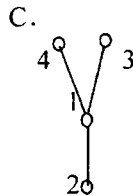
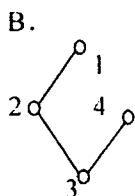
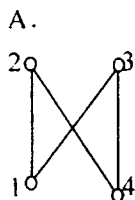


图 1 第 3 题图



4. 设 G 是有 n 个结点, m 条边的连通图, 必须删去 G 的()条边, 才能确定 G 的一棵生成树.

- A. $m-n+1$
- B. $n-m$
- C. $m+n+1$
- D. $n-m+1$

5. 无向图 G 是欧拉图, 当且仅当().

- A. G 中所有结点的度数全为偶数
- B. G 中所有结点的度数全为奇数
- C. G 连通且所有结点的度数全为偶数
- D. G 连通且所有结点的度数全为奇数

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

6. 设 $F(x):x$ 是鸟, $G(x):x$ 会飞翔. 则命题“鸟会飞”符号化为_____.

7. 命题公式 $\neg(P \rightarrow Q)$ 的主析取范式为_____.

8. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c\}$, 则 $|A \times B| =$ _____.

9. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, A 上的二元关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle c, a \rangle\}$, $S = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, c \rangle\}$ 则 $(R \cdot S) =$ _____.

10. 数组 $\{1, 2, 3, 4\}$ 是一个能构成无向图的度数序列, 此命题的真值是_____.

得分	评卷人

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 判断命题公式 $\neg(Q \rightarrow P) \wedge P$ 的类型(重言式、矛盾式或可满足式).

12. 试作以下二题:

(1) 设 $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}$, 试问从 A 到 B 的二元关系有多少个? 试写出其中是从 A 到 B 的函数的二元关系.

(2) 设 f, g 都是 $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 的函数; $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) = x^3 - 1, g(x) = x^2 + 1$. 指出 f, g 哪个是双射函数(可以不证明), 求其反函数.

13. 化简集合表达式 $((A \cup B) \cap B) - (C \cup B) \cup (((A \cup B) \cap \sim B) \cup A)$.

14. 设有向图 D (如图 2),

(1) 求邻接矩阵 $A(D)$;

(2) 已知

$$A^2(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad A^3(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

求从 v_1 到 v_4 长度为 3 的通路有几条? v_4 到自身长度为 2 的回路有几条?

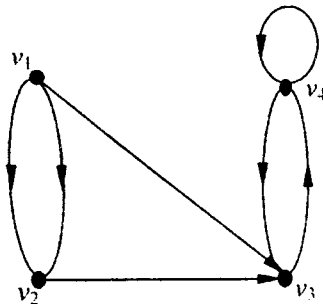


图 2 第 14 题图

15. 在图 3 的四个图中, (1) 哪些是强连通图? (2) 哪些是单侧连通图? (3) 哪些是弱连通图?

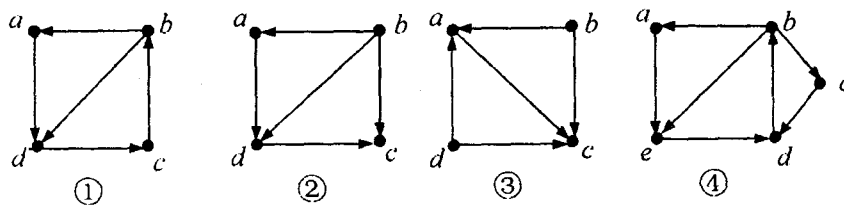


图 3 第 15 题图

得 分	评卷人

四、证明题(本题共 10 分)

16. 证明命题公式 $(P \rightarrow Q) \vee (R \rightarrow Q)$ 与 $(P \wedge R) \rightarrow Q$ 有相同的主析取范式.

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2012 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. B 2. D 3. C 4. A 5. C

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$

7. $P \wedge \neg Q$

8. 12

9. $\{\langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$

10. 1

三、化简计算题(每小题 10 分,共 50 分)

11. 解: $\neg(Q \rightarrow P) \wedge P \Leftrightarrow \neg(\neg Q \vee P) \wedge P$

$$\Leftrightarrow (Q \wedge \neg P) \wedge P \quad (4 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow Q \wedge \neg P \wedge P$$

$$\Leftrightarrow Q \wedge (\neg P \wedge P)$$

$$\Leftrightarrow Q \wedge 0 \Leftrightarrow 0 \quad (8 \text{ 分})$$

所以 $\neg(Q \rightarrow P) \wedge P$ 是矛盾式(永假式). (10 分)

12. 解:(1)二元关系共有 16 个. 其中是函数的有 4 个分别为

$$\{\langle 1, a \rangle, \langle 2, a \rangle\}, \{\langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle\},$$

$$\{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}, \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, b \rangle\} \quad (5 \text{ 分})$$

(2) f 是双射函数, 其反函数为 $f^{-1} = \sqrt[3]{x+1}$ (10 分)

13. 解: $((A \cup B) \cap B) - (C \cup B) \cup ((A \cup B) \cap \sim B) \cup A$

$$= (B \cap \sim C \cap \sim B) \cup ((A \cap \sim B) \cup A) \quad (7 \text{ 分})$$

$$= \emptyset \cup A = A \quad (10 \text{ 分})$$

14. 解: (1) $A(D) = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (5分)

(2) 从 v_1 到 v_4 长度为 3 的通路有 3 条, v_4 到自身长度为 2 的回路 2 条. (10分)

15. 解: (1) ①, ④是强连通图; (4分)

(2) ①, ②, ④(或只答②)是单侧连通图; (7分)

(3) ①, ②, ③, ④(或只答③)是弱连通图. (10分)

四、证明题(本题共 10 分)

16. 证: 方法 1.

$$\begin{aligned} (P \rightarrow Q) \vee (R \rightarrow Q) &\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee Q) \\ &\Leftrightarrow \neg(P \wedge R) \vee Q \Leftrightarrow (P \wedge R) \rightarrow Q \end{aligned} \quad (6分)$$

因为两命题公式等值, 由主合取范式的惟一性, 可知两命题公式的主合取范式是相同. (10分)

方法 2.

$$\begin{aligned} (P \rightarrow Q) \vee (R \rightarrow Q) &\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee Q) \\ &\Leftrightarrow \neg P \vee \neg R \vee Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q \vee \neg R \end{aligned} \quad (4分)$$

$$(P \wedge R) \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee \neg R \vee Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q \vee \neg R \quad (8分)$$

因为它们的主合取范式相同, 可知它们的主析取范式也相同. (10分)