试卷代号:1009 **座位号□□**

中央广播电视大学2011—2012学年度第一学期"开放本科"期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题

2012年1月

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
分 数							

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 若集合 A 的元素个数为10,则其幂集的元素个数为( ).

A. 10 B. 100

C. 1024 D. 1

2. 设 $A=\{a,b\}$,$B=\{1,2\}$,R_1,R_2,R_3 是 A 到 B 的二元关系,且 $R_1=\{<a,2>,<a,1>\}$,$R_2=\{<a,1>,<a,2>,<b,1>\}$,$R_3=\{<a,1>,<b,2>\}$,则( )是从 A 到 B 的函数.

A. R_1 和 R_2 B. R_2

C. R_3 D. R_1 和 R_3

3. 设 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$,R 是 A 上的整除关系,$B=\{2,4,6\}$,则集合 B 的最大元、最小元、上界、下界依次为( ).

A. 8、2、8、2 B. 无、2、无、2

C. 6、2、6、2 D. 8、1、6、1

4. 若完全图 G 中有 n 个结点($n\geq 2$),m 条边,则当( )时,图 G 中存在欧拉回路.

A. n 为奇数 B. n 为偶数

C. m 为奇数 D. m 为偶数

5. 已知图 G 的邻接矩阵为

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

则 G 有(　　).

A. 6 点,8 边　　　　B. 6 点,6 边

C. 5 点,8 边　　　　D. 5 点,6 边

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A=\{a\}$,那么集合 A 的幂集是________________.

7. 若 R_1 和 R_2 是 A 上的对称关系,则 $R_1 \cup R_2, R_1 \cap R_2, R_1 - R_2, R_2 - R_1$ 中对称关系有________个.

8. 设图 G 是有 5 个结点的连通图,结点度数总和为 10,则可从 G 中删去________条边后使之变成树.

9. 设连通平面图 G 的结点数为 5,边数为 6,则面数为________.

10. 设个体域 $D=\{a,b\}$,则谓词公式 $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$ 消去量词后的等值式为____.

得　分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句"今天有联欢活动,明天有文艺晚会."翻译成命题公式.

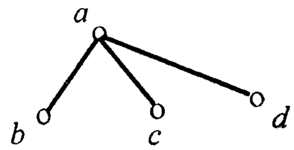
12. 将语句"如果小王来,则小李去."翻译成命题公式.

得　分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误,并说明理由.

13. 若偏序集$<A,R>$的哈斯图如图一所示,则集合 A 的最大元为 a,极小元不存在.



图一

14. $\neg P\wedge(P\rightarrow\neg Q)\vee P$ 为永假式.

得　分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$R=\{<x,y>\mid x,y\in A;|x-y|=1$ 或 $x-y=0\}$,试

(1)写出 R 的有序对表示;

(2)画出 R 的关系图;

(3)说明 R 满足自反性,不满足传递性.

16. 设图 $G=<V,E>$,$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$,$E=\{(v_1,v_2),(v_1,v_3),(v_2,v_4),(v_3,v_5),(v_4,v_5)\}$,试

(1)画出 G 的图形表示;

(2)写出其邻接矩阵;

(3)求出每个结点的度数;

(4)画出图 G 的补图的图形.

17. 求 $P\rightarrow Q\wedge R$ 的合取范式与主析取范式.

得　分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设连通无向图 G 有 14 条边,3 个 4 度顶点,4 个 3 度顶点,其它顶点的度数均小于 3,试说明 G 中可能有的顶点数.

试卷代号:1009

中央广播电视大学2011—2012学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2012年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1.C 2.C 3.B 4.A 5.D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{\varnothing,\{a\}\}$

7. 4

8. 1

9. 3

10. $(A(a)\wedge B(b))\wedge(A(a)\wedge B(b))$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设P:今天有联欢活动,Q:明天有文艺晚会, (2分)

$P\wedge Q$. (6分)

12. 设P:小王来,Q:小李去 (2分)

$P\rightarrow Q$. (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)

对于集合A的任意元素x,均有$<x,a>\in R$(或xRa),所以a是集合A中的最大元. (5分)

但按照极小元的定义,在集合A中b,c,d均是极小元. (7分)

14. 错误. (3分)

$\neg P\wedge(P\rightarrow\neg Q)\vee P$是由$\neg P\wedge(P\rightarrow\neg Q)$与$P$组成的析取式,

如果P的值为真,则$\neg P\wedge(P\rightarrow\neg Q)\vee P$为真, (5分)

如果P的值为假,则$\neg P$与$P\rightarrow\neg Q$为真,即$\neg P\wedge(P\rightarrow\neg Q)$为真,

也即 $\neg P \land (P \to \neg Q) \lor P$ 为真， （7 分）

所以 $\neg P \land (P \to \neg Q) \lor P$ 是永真式.

另种说明：

$\neg P \land (P \to \neg Q) \lor P$ 是由 $\neg P \land (P \to \neg Q)$ 与 P 组成的析取式，

只要其中一项为真，则整个公式为真. （5 分）

可以看到，不论 P 的值为真或为假，$\neg P \land (P \to \neg Q)$ 与 P 总有一个为真，

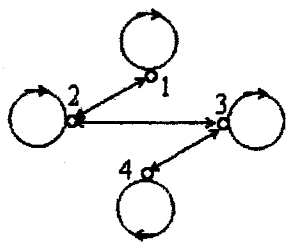
所以 $\neg P \land (P \to \neg Q) \lor P$ 是永真式. （7 分）

或用等价演算 $\neg P \land (P \to \neg Q) \lor P \Leftrightarrow T$

五、计算题（每小题 12 分，本题共 36 分）

15.（1）$R=\{<1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4>,<1,2>,<2,1>,<2,3>,<3,2>,<3,4>,<4,3>\}$ （3 分）

（2）关系图如图二：

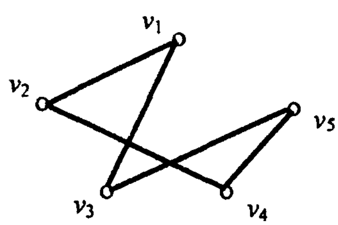


图二 （6 分）

（3）因为 $<1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4>$ 均属于 R，即 A 的每个元素构成的有序对均在 R 中，故 R 在 A 上是自反的. （9 分）

因有 $<2,3>$ 与 $<3,4>$ 属于 R，但 $<2,4>$ 不属于 R，所以 R 在 A 上不是传递的. （12 分）

16.（1）关系图如图三：



图三 （3 分）

（2）邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$ (6 分)

(3) $\deg(v_1)=2$

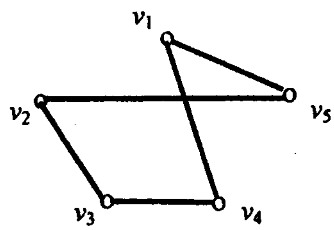
$\deg(v_2)=2$

$\deg(v_3)=2$

$\deg(v_4)=2$ (9 分)

$\deg(v_5)=2$

(4)补图如图四



图四 (12 分)

17. $P\rightarrow(R\wedge Q)$

$\Leftrightarrow\neg P\vee(R\wedge Q)$ (4 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)$ (合取范式) (6 分)

$P\rightarrow(R\wedge Q)$

$\Leftrightarrow\neg P\vee(R\wedge Q)$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge(\neg Q\vee Q))\vee(R\wedge Q)$ (7 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(R\wedge Q)$ (8 分)

$\Leftrightarrow((\neg P\wedge\neg Q)\wedge(\neg R\vee R))\vee(\neg P\wedge Q)\vee(R\wedge Q)$ (9 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(R\wedge Q)$ (10 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee((\neg P\wedge Q)\wedge(\neg R\vee R))\vee(R\wedge Q)$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(R\wedge Q)$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge\neg R)\vee$

$(\neg P \wedge Q \wedge R) \vee ((\neg P \vee P) \wedge (R \wedge Q))$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee$

$(\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge R \wedge Q)$ （主析取范式） (12 分)

说明:此题解法步骤多样,若能按正确步骤求得结果,均可给分.

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:可利用数列可图化及握手定理解答

顶点度数和为 $2\times14=28$, (2 分)

$28-(3\times4+4\times3)=4$,则知其他顶点度数和为 4, (4 分)

对于有限图,若无零度顶点,则除 4 度及 3 度顶点外,可能的顶点情况有:

2 个 2 度点;

1 个 2 度点和 2 个 1 度点;

4 个 1 度点; (6 分)

即对应图的顶点数分别至少为 9、10、11. (8 分)