

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题

2012 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 若函数 $f(x+1) = x^2 + 2x + 2$, 则 $f(x) =$ _____.
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ _____.
8. 曲线 $y = x^{-\frac{1}{2}}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程是 _____.
9. $d \int e^{-x^2} dx =$ _____.
10. 微分方程 $(y'')^3 + 4xy^{(5)} = y^6 \sin x$ 的阶数为 _____.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 8}$.
12. 设 $y = 2^x + \sin 3x$, 求 dy .
13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.
14. 计算定积分 $\int_1^{e^2} \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形, 容积为 32 立方米的长方体开口容器, 怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2012 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. C 2. B 3. A 4. B 5. D

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. $x^2 + 1$

7. 1

8. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

9. $e^{-x^2} dx$

10. 5

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-4} = -2$ 11 分

12. 解: $y' = 2^x \ln 2 + 3 \cos 3x$ 9 分

$dy = (2^x \ln 2 + 3 \cos 3x) dx$ 11 分

13. 解: $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = - \int \sin \frac{1}{x} d(\frac{1}{x}) = \cos \frac{1}{x} + c$ 11 分

14. 解: $\int_1^{e^2} \ln x dx = x \ln x \Big|_1^{e^2} - \int_1^{e^2} \frac{x}{x} dx = 2e^2 - (e^2 - 1) = e^2 + 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设底边的边长为 x ,高为 h ,用材料为 y ,由已知 $x^2 h = 32, h = \frac{32}{x^2}$,于是

$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$ 6 分

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$,解得 $x = 4$ 是唯一驻点,易知 $x = 4$ 是函数的极小值点,也就是所求

的最小值点,此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$,所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省. 16 分