试卷代号：1012 **座位号**□□

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2012 年 7 月

题 号	一	二	三	总 分
分 数				

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分，共 20 分)

1. 若误差限为 0.5×10^{-5}，那么近似数 0.003400 有(　　)位有效数字.

A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 6

2. 当线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是(　　)时，用列主元消去法解 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{A}$ 的主对角线的元素一定是主元.

A. 上三角形矩阵

B. 主对角线元素不为 0 的矩阵

C. 对称且严格对角占优矩阵

D. 正定对称矩阵

3. 已知数据(1，3.8)，(2，7.2)，(3，10)，用拟合直线拟合这些点，计算得法方程组为

$$\begin{cases}3a_0+6a_1=21\\6a_0+14a_1=48.2\end{cases}$$

则拟合直线为(　　).

A. $y=0.8+3.1x$　　　　B. $y=3.1+0.8x$

C. $y=1+x$　　　　D. $y=3+3x$

4. 求积公式$\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x \approx f(-1)+f(1)$具有(　　)次代数精度.

A. 4　　　　B. 3

C. 2　　　　D. 1

5. 求方程$x^3+4x^2-10=0$在区间[1,2]内的根，要求误差限不超过10^{-5}，那么二分次数$n \geqslant$(　　).

A. 18　　　　B. 17

C. 16　　　　D. 15

得　分	评卷人

二、填空题(每小题4分，共20分)

6. 用四舍五入的方法得到近似值$x=0.0514$，那么x的相对误差限为________.

7. 用列主元消去法解线性方程组$\begin{cases}2x_1+x_2+2x_3=5\\5x_1-x_2+x_3=8\\x_1-3x_2-4x_3=-4\end{cases}$第1次选主元$a_{21}=5$进行消元后，第2次应选主元________.

8. 已知$\sqrt{100}=10$，$\sqrt{121}=11$，那么用线性插值求$\sqrt{110}$的近似值的计算公式为________________________________.(只要求写出公式，不写公式不得分)

9. 高斯—勒让德求积公式只限于讨论积分区间为__________的数值积分问题.

10. 用牛顿法求方程$f(x)=0$在$[a,b]$内的根，已知$f'(x)$在$[a,b]$内不为0，$f''(x)$在$[a,b]$内不变号，那么选择初始值x_0满足________________________________，则它的迭代解数列一定收敛到方程$f(x)=0$的根.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用高斯一赛德尔迭代法求线性方程组 $\begin{cases}10x_1+3x_2+x_3=14\\2x_1-10x_2+3x_3=-5\\x_1+3x_2+10x_3=14\end{cases}$ 的 $X^{(2)}$. 取初始值 $(0,0,0)^T$,计算过程保留 4 位小数.

12. 已知连续函数 $f(x)$的函数值表

x	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	-1	1	2

求过这些点的牛顿插值多项式.

13. 如果 $f(2.7)=14.8797$,$f(2.9)=18.1741$,求函数 $f(x)$在 $x=2.9$ 的导数值.

若给定三点(x_{k-1},y_{k-1}),(x_k,y_k),(x_{k+1},y_{k+1})的导数公式为

$$f'(x_{k+1})\approx\frac{1}{2h}[y_{k-1}-4y_k+3y_{k+1}],$$

已知 $f(2.8)=16.4446$,试用三点导数公式再次计算 $f'(2.9)$. 计算过程保留 4 位小数.

14. 用牛顿法解方程 $x-e^{-x}=0$ 在 $x=0.5$ 附近的近似根. 要求 $|x_{n+1}-x_n|<0.001$. 计算过程保留 4 位小数.

试卷代号:1012

中央广播电视大学2011—2012学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2012年7月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1.B　　2.C　　3.A　　4.D　　5.C

二、填空题(每小题4分,共20分)

6.0.001

7.−2.8

8.$\frac{110-121}{100-121}\times 10+\frac{110-100}{121-100}\times 11$

9.$[-1,1]$

10.$f(x_0)f''(x_0)>0$(或$f(x_0)$与$f''(x_0)$同号)

三、计算题(每小题15分,共60分)

11.解:写出迭代格式

$$\begin{cases}x_1^{(k+1)}=0-0.3x_2^{(k)}-0.1x_3^{(k)}+1.4\\ x_2^{(k+1)}=0.2x_1^{(k+1)}+0+0.3x_3^{(k)}+0.5\\ x_3^{(k+1)}=-0.1x_1^{(k+1)}-0.3x_2^{(k+1)}+0+1.4\end{cases}$$ (5分)

$X^{(0)}=(0,0,0)^{\mathrm{T}}$.

$$\begin{cases}x_1^{(1)}=0-0.3\times 0-0.1\times 0+1.4=1.4\\ x_2^{(1)}=0.2\times 1.4+0+0.3\times 0+0.5=0.78\\ x_3^{(1)}=-0.1\times 1.4-0.3\times 0.78+0+1.4=1.026\end{cases}$$

得到$X^{(1)}=(1.4,0.78,1.026)^{\mathrm{T}}$ (10分)

$$\begin{cases}x_1^{(2)}=0-0.3\times 0.78-0.1\times 1.026+1.4=1.0634\\ x_2^{(2)}=0.2\times 1.0634+0+0.3\times 1.026+0.5=1.0205\\ x_3^{(2)}=-0.1\times 1.0634-0.3\times 1.0205+0+1.4=0.9875\end{cases}$$

得到$X^{(2)}=(1.0634,1.0205,0.9875)^{\mathrm{T}}$ (15分)

12. 解:求均差

x_k	$f(x_k)$	一阶均差	二阶均差	三阶均差
-1	-2			
0	-1	1		
1	1	2	$1/2$	
2	2	1	$-1/2$	$-1/3$

(10 分)

所求牛顿插值多项式

$$N_3=-1+x+\frac{1}{2}x(x+1)-\frac{1}{3}x(x+1)(x-1)$$ (15 分)

13. 解:二点导数公式为

$$f'(x_k)\approx\frac{1}{h}[y_k-y_{k-1}]$$ (3 分)

代入数据,有

$$f'(2.9)\approx\frac{1}{0.2}[18.1741-14.8797]=16.472$$ (9 分)

根据三点导数公式,有

$$f'(2.9)\approx\frac{1}{2\times0.1}[14.8797-4\times16.4446+3\times18.1741]=18.118$$ (15 分)

14. 解:令 $f(x)=x-e^{-x}$,取 $x_0=0.5$,则

$f(0.5)f''(0.5)=(0.5-e^{-0.5})(-e^{-0.5})=0.06461>0$,

于是取初始值 $x_0=0.5$. (4 分)

牛顿迭代公式为

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}=x_n-\frac{x_n-e^{-x_n}}{1+e^{-x_n}}\quad(n=0,1,2,\cdots)$$ (6 分)

$x_0=0.5$,

$$x_1=0.5-\frac{0.5-e^{-0.5}}{1+e^{-0.5}}=0.5663$$ (9 分)

$|x_1-x_0|=0.0663$

$$x_2=0.5663-\frac{0.5663-e^{-0.5663}}{1+e^{-0.5663}}=0.5671$$ (12 分)

$|x_2-x_1|=0.0008<0.001$

于是取 $x=0.5671$ 为方程的近似根. (15 分)