

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题

2012 年 7 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x) = x \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$ 的图形是关于()对称.
 - $y=x$
 - x 轴
 - y 轴
 - 坐标原点
- 已知 $f(x) = \frac{\sin x}{x} - 1$, 当()时, $f(x)$ 为无穷小量.
 - $x \rightarrow +\infty$
 - $x \rightarrow -\infty$
 - $x \rightarrow 0$
 - $x \rightarrow 1$
- 下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是().
 - $\sin x$
 - 2^x
 - x^2
 - $5 - 2x$
- 若 $\int_0^1 (2x+k)dx = 2$, 则 $k =$ ().
 - 1
 - 1
 - 0
 - $\frac{1}{2}$
- 微分方程 $y' = y$ 的通解为().
 - $y = e^{cx}$
 - $y = ce^{-x}$
 - $y = ce^x$
 - $y = e^x + c$

得分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 若函数 $f(x-1) = x^2 - 2x - 5$, 则 $f(x) =$ _____.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + k, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____.
- 曲线 $f(x) = \sqrt{x} + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的斜率是 _____.
- 若 $\int f(x)dx = x \ln x + c$, 则 $f'(x) =$ _____.
- 微分方程 $(y'')^3 + y^{(4)} \sin x = y^5 x^2$ 的阶数为 _____.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x - 6}$.

12. 设 $y = e^{\frac{1}{x}} + \frac{x-1}{\sqrt{x}}$, 求 y' .

13. 计算不定积分 $\int (2x-1)^{10} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形, 容积为 108 立方米的长方体开口容器, 怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2012 年 7 月

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. D 2. C 3. B 4. A 5. C

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. $x^2 - 6$

7. 1

8. $\frac{1}{2}$

9. $\frac{1}{x}$

10. 4

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x+6)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+6} = -\frac{1}{7}$ 11 分

12. 解: $y = e^{\frac{1}{x}} + \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ 2 分

$$y' = e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$
 11 分

13. 解: $\int (2x-1)^{10} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{10} d(2x-1) = \frac{1}{22} (2x-1)^{11} + c$ 11 分

14. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设长方体底边的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2h=108, h=\frac{108}{x^2}$

$$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{108}{x^2}=x^2+\frac{432}{x} \quad 6 \text{ 分}$$

令 $y'=2x-\frac{432}{x^2}=0$, 解得 $x=6$ 是唯一驻点,

$$\text{且 } y''=2+\frac{2\times 432}{x^3}\Big|_{x=6}>0,$$

说明 $x=6$ 是函数的极小值点, 也就是所求的最小值点. 所以当 $x=6, h=\frac{108}{36}=3$ 时用料

最省.

16 分