

试卷代号:1009

座位号

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

离散数学(本) 试题

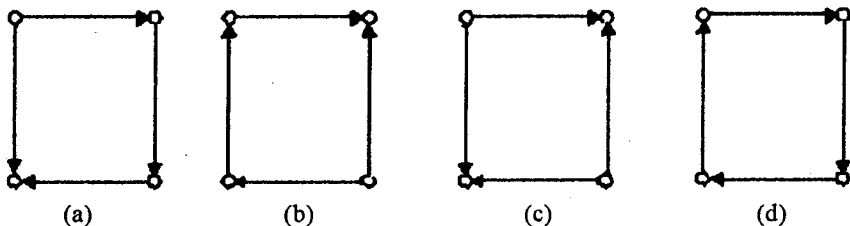
2013 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 若集合  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a, \{a, b\}\}$ , 则( ).
  - A.  $A \notin B$
  - B.  $A \subseteq B$
  - C.  $A \subset B$
  - D.  $A \in B$
- 集合  $A = \{x | x \text{ 为小于 } 10 \text{ 的自然数}\}$ , 集合  $A$  上的关系  $R = \{\langle x, y \rangle | x + y = 10 \text{ 且 } x, y \in A\}$ , 则  $R$  的性质为( ).
  - A. 自反的
  - B. 对称的
  - C. 传递且对称的
  - D. 反自反且传递的
- 设有向图(a)、(b)、(c)与(d)如图一所示, 则下列结论成立的是( ).



图一

- A. (a) 仅为弱连通的
- B. (b) 仅为弱连通的
- C. (c) 仅为弱连通的
- D. (d) 仅为弱连通的

4. 设图  $G$  的邻接矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则  $G$  的边数为( )。

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

5. 下列公式( )为永真式。

A.  $\neg P \wedge \neg Q \leftrightarrow P \vee Q$

B.  $(P \rightarrow (\neg Q \rightarrow P)) \leftrightarrow (\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q))$

C.  $(Q \rightarrow (P \vee Q)) \leftrightarrow (\neg Q \wedge (P \vee Q))$

D.  $(\neg P \vee (P \wedge Q)) \leftrightarrow Q$

得 分	评卷人

## 二、填空题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

6. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 那么集合  $A$  的幂集是\_\_\_\_\_。

7. 设  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ , 作  $f: A \rightarrow B$ , 则不同的函数个数为\_\_\_\_\_。

8. 若  $A = \{1, 2\}$ ,  $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A, x + y < 4\}$ , 则  $R$  的自反闭包为\_\_\_\_\_。

9. 无向连通图在结点数  $v$  与边数  $e$  满足\_\_\_\_\_关系时是树。

10.  $(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x)) \vee C(x, y)$  中的自由变元为\_\_\_\_\_。

得 分	评卷人

## 三、逻辑公式翻译(每小题 6 分, 本题共 12 分)

11. 将语句“他们去旅游, 仅当明天天晴。”翻译成命题公式。

12. 将语句“今天没有下雪。”翻译成命题公式。

得 分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误,并说明理由.

13. 汉密尔顿图一定是欧拉图.

14. 下面的推理是否正确,试予以说明.

(1)  $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(y))$       前提引入

(2)  $F(y) \rightarrow G(y)$                 ES(1).

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x + y < 1\}$ ,  $S = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x + y \leq 3\}$ , 试求  $R, S, R \cdot S, R^{-1} \cdot S^{-1}, r(R)$ .

16. 画一棵带权为 1, 2, 2, 3, 6 的最优二叉树, 计算它们的权.

17. 求  $(P \vee Q) \rightarrow (R \vee Q)$  的析取范式, 合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明集合等式  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .

试卷代号:1009

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

## 离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2013 年 1 月

### 一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. D                  2. B                  3. C                  4. A                  5. B

### 二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6.  $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

7. 4

8.  $\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle\}$

9.  $e = v - 1$

10.  $C(x, y)$  中的  $x$  与  $y$

### 三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 设  $P$ : 他们去旅游,  $Q$ : 明天天晴, (2 分)

$P \rightarrow Q$ . (6 分)

12. 设  $P$ : 今天下雪, (2 分)

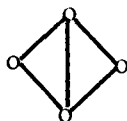
$\neg P$ . (6 分)

### 四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 错误. (3 分)

(1) 存在汉密尔顿图不是欧拉图. (5 分)

反例见图二.



图二

(7 分)

14. 错误. (3 分)

(2) 应为  $F(a) \rightarrow G(y)$ , 换名时, 约束变元与自由变元不能混淆. (7 分)

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15.  $R = \{ \langle 0, 0 \rangle \}$  (2分)

$S = \{ \langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 0 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 0 \rangle \}$  (4分)

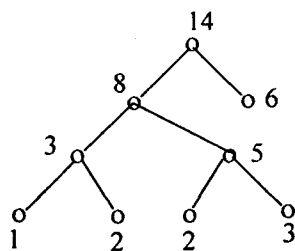
$R \cdot S = \{ \langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 0, 3 \rangle \}$  (6分)

$R^{-1} = \{ \langle 0, 0 \rangle \}$  (8分)

$S^{-1} = S$  (10分)

$r(R) = I_A$  (12分)

16. 最优二叉树如图四:



图四

权为:  $1 \times 3 + 2 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 6 \times 1 = 30$

注:其他正确的最优二叉树参照给分.

17.  $(P \vee Q) \rightarrow (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee (R \vee Q)$  (4分)

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q)$  析取、合取范式 (12分)

注:其他正确答案参照给分.

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

设  $S = A \cap (B \cup C)$ ,  $T = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ , 若  $x \in S$ , 则  $x \in A$  且  $x \in B \cup C$ , 即  $x \in A$  且  $x \in B$  或  $x \in A$  且  $x \in C$ ,

也即  $x \in A \cap B$  或  $x \in A \cap C$ , 即  $x \in T$ , 所以  $S \subseteq T$ . (4分)

反之, 若  $x \in T$ , 则  $x \in A \cap B$  或  $x \in A \cap C$ ,

即  $x \in A$  且  $x \in B$  或  $x \in A$  且  $x \in C$

也即  $x \in A$  且  $x \in B \cup C$ , 即  $x \in S$ , 所以  $T \subseteq S$ .

因此  $T = S$  (8分)