试卷代号:2437 　　　　　　　　　　　　　　　　**座位号**□□

中央广播电视大学2012—2013学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步　试题

2013年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

附表

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^{x})'=a^{x}\ln a(a>0$ 且 $a\neq 1)$

$(e^{x})'=e^{x}$

$(\log_{a}x)'=\dfrac{1}{x\ln a}(a>0$ 且 $a\neq 1)$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^{2}x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^{2}x}$

积分基本公式：

$\int 0\mathrm{d}x=c$

$\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c(\alpha\neq -1)$

$\int a^{x}\mathrm{d}x=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+c(a>0$ 且 $a\neq 1)$

$\int e^{x}\mathrm{d}x=e^{x}+c$

$\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+c$

$\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+c$

$\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^{2}x}\mathrm{d}x=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^{2}x}\mathrm{d}x=-\cot x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x+2)}$ 的定义域是(　　).

A. $(-2,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$

C. $(-2,-1)\cup(-1,+\infty)$　　D. $(-1,0)\cup(0,+\infty)$

2. 当 $k=$(　　)时,函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$,在 $x=0$ 处连续.

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. -1

3. 下列结论中(　　)不正确.

A. 若 $f(x)$在$[a,b]$内恒有 $f'(x)<0$,则 $f(x)$在$[a,b]$内是单调下降的

B. $f(x)$在 $x=x_0$ 处不连续,则一定在 x_0 处不可导

C. 可导函数的极值点一定发生在其驻点上

D. $f(x)$在 $x=x_0$ 处连续,则一定在 x_0 处可微

4. 下列等式成立的是(　　).

A. $\dfrac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)$　　B. $\int f'(x)dx=f(x)$

C. $d\int f(x)dx=f(x)$　　D. $\int df(x)=f(x)$

5. 下列微分方程中为可分离变量方程的是(　　).

A. $\dfrac{dy}{dx}=x+y$　　B. $\dfrac{dy}{dx}=x(y+x)$

C. $\dfrac{dy}{dx}=xy+y$　　D. $\dfrac{dy}{dx}=xy+\sin x$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 若 $f(x-1)=x^2-2x+2$,则 $f(x)=$________________.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=$________________.

8. 曲线 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 在点(1,1)处的切线方程是________________.

9. $\int(\sin x)'dx=$________________.

10. 微分方程 $xy'''+(y')^4\sin x=e^{x+y}$ 的阶数为________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分，本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}$.

12. 设 $y=\ln x+\sin\dfrac{1}{x}$，求 $\mathrm{d}y$.

13. 计算不定积分 $\displaystyle\int\frac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}\mathrm{d}x$.

14. 计算定积分 $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形，容积为 32 立方米的长方体开口容器，怎样做法用料最省？

试卷代号：2437

中央广播电视大学2012—2013学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步　试题答案及评分标准

（供参考）

2013年1月

一、单项选择题（每小题4分，本题共20分）

1. C　　2. B　　3. D　　4. A　　5. C

二、填空题（每小题4分，本题共20分）

6. x^2+1

7. 2

8. $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

9. $\sin x+c$

10. 3

三、计算题（每小题11分，本题共44分）

11. 解：原式$=\lim\limits_{x\to 3}\frac{(x+3)(x-3)}{(x+1)(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+3}{x+1}=\frac{3}{2}$　　11分

12. 解：$y'=\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}(-\frac{1}{x^2})$　　9分

$\mathrm{d}y=(\frac{1}{x}-\frac{\cos(\frac{1}{x})}{x^2})\mathrm{d}x$　　11分

13. 解：$\int\frac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}\mathrm{d}x=-\int\cos\frac{1}{x}\mathrm{d}(\frac{1}{x})=-\sin\frac{1}{x}+c$　　11分

14. 解：$\int_1^e x\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x^2\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{2}\int_1^e\frac{x^2}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{4}$　　11分

四、应用题（本题16分）

15. 解：设底的边长为x，高为h，用材料为y，由已知$x^2h=32$，$h=\frac{32}{x^2}$，于是

$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{32}{x^2}=x^2+\frac{128}{x}$

令 $y'=2x-\frac{128}{x^2}=0$,解得 $x=4$ 是唯一驻点,易知 $x=4$ 是函数的极小值点,也就是所求的最小值点,此时有 $h=\frac{32}{4^2}=2$,所以当 $x=4,h=2$ 时用料最省. 16 分