

试卷代号:1009

座位号

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

### 离散数学(本) 试题

2013 年 7 月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

#### 一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 若集合  $A = \{a, b\}$ , 则下列表述正确的是( )。

- A.  $\emptyset \in A$
- B.  $\{a\} \in A$
- C.  $\{a, b\} \in A$
- D.  $\{a\} \subseteq A$

2. 设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $A$  到  $B$  的关系  $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B, x = y^2\}$ , 则  $R =$  ( )。

- A.  $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$
- B.  $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$
- C.  $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 6, 3 \rangle\}$
- D.  $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$

3.  $n$  阶无向完全图  $K_n$  的边数及每个结点的度数分别是( )。

- A.  $n(n-1)/2, n-1$
- B.  $n-1, n$
- C.  $n(n-1), n-1$
- D.  $n(n-1), n$

4. 设无向完全图  $K_n$  有  $n$  个结点( $n \geq 2$ ),  $m$  条边, 当( )时,  $K_n$  中存在欧拉回路。

- A.  $m$  为奇数
- B.  $n$  为偶数
- C.  $n$  为奇数
- D.  $m$  为偶数

5. 设个体域为整数集, 则公式  $\forall x \exists y(x+y=0)$  的解释可为( )。

- A. 存在一整数  $x$  有整数  $y$  满足  $x+y=0$
- B. 对任一整数  $x$  存在整数  $y$  满足  $x+y=0$
- C. 存在一整数  $x$  对任意整数  $y$  满足  $x+y=0$
- D. 任一整数  $x$  对任意整数  $y$  满足  $x+y=0$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ ,  $C = \{5, 6, 7, 8\}$ , 则  $A \cap B \cup C$  等于\_\_\_\_\_.

7. 设  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ ,  $C = \{4, 5\}$ , 从  $A$  到  $B$  的函数  $f = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$ , 从  $B$  到  $C$  的函数  $g = \{\langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$ , 则  $g \circ f$  等于\_\_\_\_\_.

8. 设  $G$  是一个图, 结点集合为  $V$ , 边集合为  $E$ , 则  $G$  的结点度数之和为\_\_\_\_\_.

9. 设  $G$  是具有  $n$  个结点  $m$  条边  $k$  个面的连通平面图, 则  $n+k-m$  等于\_\_\_\_\_.

10. 设个体域  $D = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A(x)$  为“ $x$  等于 3”, 则谓词公式  $(\exists x)A(x)$  的真值为\_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“他们明天去旅游, 仅当明天天晴.”翻译成命题公式.

12. 将语句“小王是个学生, 小李是个职员, 而小张是个军人.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误, 并说明理由.

13. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$ , 则  $R$  是等价关系.

14. 谓词公式  $(\exists x)P(x, y) \rightarrow (\forall z)Q(x, y, z)$  中  $\exists x$  量词的辖域为  $P(x, y) \rightarrow (\forall z)Q(x, y, z)$ .

得分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

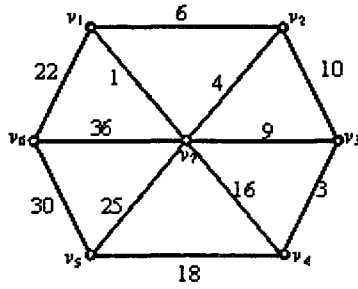
15. 设集合  $A = \{a, \{b\}, c\}$ ,  $B = \{\{a\}, c\}$ , 试计算:

(1)  $(A \cap B)$ ;      (2)  $(B - A)$ ;      (3)  $(A \cap B) \times B$ .

16. 设  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E = \{(v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_5), (v_3, v_4)\}$ , 试:

(1) 给出  $G$  的图形表示;      (2) 写出其邻接矩阵;  
 (3) 求出每个结点的度数;      (4) 画出其补图的图形.

17. 试求出如图一所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



图一

得分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明:  $\neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge \neg C \Rightarrow \neg A$ .

试卷代号:1009

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

## 离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2013 年 7 月

### 一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. D                  2. B                  3. A                  4. C                  5. B

### 二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6.  $\{3,4,5,6,7,8\}$

7.  $\{\langle a,5 \rangle, \langle b,4 \rangle\}$

8.  $2|E|$ (或“边数的两倍”)

9. 2

10. 真(或  $T$ , 或 1)

### 三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 设  $P$ : 他们明天去旅游,  $Q$ : 明天天晴. (2 分)

则命题公式为:  $P \rightarrow Q$ . (6 分)

12. 设  $P$ : 小王是个学生,  $Q$ : 小李是个职员,  $R$ : 小张是个军人. (2 分)

则命题公式为:  $P \wedge Q \wedge R$ . (6 分)

### 四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 错误. (3 分)

$R$  不是等价关系, 因  $R$  中不包含  $\langle 3, 3 \rangle$ , 故不满足自反性. (7 分)

14. 错误. (3 分)

因为紧接于量词之后最小的子公式称为量词的辖域,

所以  $\exists x$  量词的辖域为  $P(x, y)$ . (7 分)

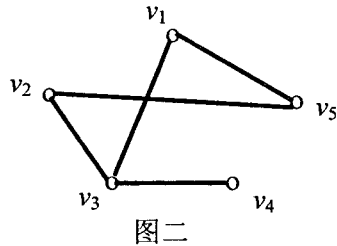
### 五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. (1)  $(A \cap B) = \{c\}$ ; (4 分)

(2)  $(B-A) = \{\{a\}\};$  (8分)

(3)  $(A \cap B) \times B = \{\langle c, \{a\} \rangle, \langle c, c \rangle\}.$  (12分)

16. (1)  $G$  的图形表示如图二所示:



(3分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

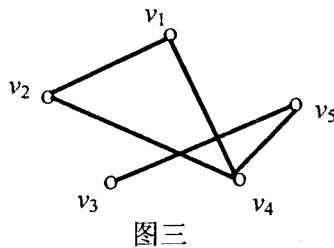
(6分)

(3)  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$  结点的度数依次为 2, 2, 3, 1, 2

(9分)

或  $\deg(v_1) = 2, \deg(v_2) = 2, \deg(v_3) = 3, \deg(v_4) = 1, \deg(v_5) = 2$

(4) 补图如图三所示:



(12分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$  选  $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_3, v_4) = 3$  选  $e_2 = v_3 v_4$

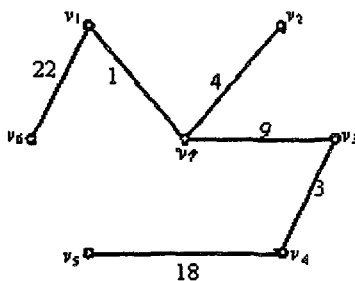
$w(v_2, v_7) = 4$  选  $e_3 = v_2 v_7$

$w(v_3, v_7) = 9$  选  $e_4 = v_3 v_7$

$w(v_4, v_5) = 18$  选  $e_5 = v_4 v_5$

$w(v_1, v_6) = 22$  选  $e_6 = v_1 v_6$  (6分)

最小生成树如图四所示:



(9分)

图四

最小生成树的权为:  $w(T) = 22 + 1 + 4 + 9 + 3 + 18 = 57$ . (12分)

如果采用破圈法,可参照评分.

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

- |                             |            |      |
|-----------------------------|------------|------|
| (1) $\neg(A \wedge \neg B)$ | $P$        | (1分) |
| (2) $\neg A \vee B$         | $T(1)E$    | (3分) |
| (3) $(\neg B \vee C)$       | $P$        | (4分) |
| (4) $\neg C$                | $P$        | (5分) |
| (5) $\neg B$                | $T(3)(4)I$ | (6分) |
| (6) $\neg A$                | $T(2)(5)I$ | (8分) |

说明:

1. 因证明过程中,公式引用的次序可以不同,一般引用前提正确得 1 分,利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分,最后得出结论得 2 或 1 分.

2. 可以用真值表验证.