

试卷代号:2437

座位号

中央广播电视大学 2013—2014 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题

2014 年 1 月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 下列函数()为偶函数.
 - $x\cos x$
 - $x\sin x$
 - $\sin x + \cos x$
 - $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$
- 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列变量中为无穷小量的是().
 - $\frac{1}{x}$
 - 2^x
 - $\ln(1+x)$
 - $\frac{\sin x}{x}$
- 下列结论中正确的是().
 - x_0 是 $f(x)$ 的极值点,则 x_0 必是 $f(x)$ 的驻点
 - 使 $f'(x)$ 不存在的点 x_0 一定是 $f(x)$ 的极值点
 - 若 $f'(x_0) = 0$,则 x_0 必是 $f(x)$ 的极值点
 - x_0 是 $f(x)$ 的极值点,且 $f'(x_0)$ 存在,则必有 $f'(x_0) = 0$
- 若 $\int f(x)dx = x^2 e^{2x} + c$,则 $f(x) = ()$.
 - $2xe^{2x}(1+x)$
 - $2x^2 e^{2x}$
 - $2xe^{2x}$
 - xe^{2x}
- 下列微分方程中为可分离变量方程的是().
 - $\frac{dy}{dx} = x + y$
 - $\frac{dy}{dx} = x(y + x)$
 - $\frac{dy}{dx} = xy + y$
 - $\frac{dy}{dx} = xy + \sin x$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x-2) = x^2 - 4x + 2$,则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{kx} = 3$,则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $y = x(x-1)(x-2)(x-3)$,则 $y'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $d \int \sin x dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $y' + 3y = 0$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3}$.

12. 设 $y = \ln x + \cos^3 x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int (2x - 1)^{10} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲用围墙围成面积为 216 平方米的一块矩形的土地,并在正中用一堵墙将其隔成两块,问这块土地的长和宽选取多大尺寸,才能使所用建筑材料最省?

试卷代号:2437

中央广播电视大学 2013—2014 学年度第一学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2014 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. B 2. C 3. D 4. A 5. C

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. $x^2 - 2$

7. $\frac{2}{3}$

8. -6

9. $\sin x dx$

10. $y = ce^{-3x}$

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x-3} = \frac{1}{2}$ 11 分

12. 解: $y' = \frac{1}{x} - 3\cos^2 x \cdot \sin x$ 9 分

$dy = (\frac{1}{x} - 3\sin x \cos^2 x) dx$ 11 分

13. 解: $\int (2x-1)^{10} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{10} d(2x-1) = \frac{1}{22} (2x-1)^{11} + c$ 11 分

14. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设土地一边长为 x , 另一边长为 $\frac{216}{x}$, 共用材料为 y

于是 $y = 3x + 2 \frac{216}{x} = 3x + \frac{432}{x}$

$$y' = 3 - \frac{432}{x^2}$$

令 $y' = 0$ 得唯一驻点 $x = 12$ ($x = -12$ 舍去) 10 分

因为本问题存在最小值,且函数的驻点唯一,所以,当土地一边长为 12,另一边长为 18 时,
所用材料最省. 16 分