

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2014年7月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

- 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 则下列表述正确的是().
 - $\{a\} \in A$
 - $\{a\} \notin A$
 - $\{a, b, c\} \subset A$
 - $\{a, b, c, d\} \in A$
- 设 $A = \{2\}, B = \{3, 4, 5\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B, x = y + 1\}$, 则 $R =$ ().
 - \emptyset
 - $\{\langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 5 \rangle\}$
 - $\{\langle 2, 3 \rangle\}$
 - $\{\langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
- 无向图 G 是个棵树, 边数为 12, 则 G 的结点数是().
 - 12
 - 24
 - 11
 - 13
- 下面的推理正确的是().
 - (1) $(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x))$ 前提引入
(2) $A(y) \rightarrow B(y)$ ES(1).
 - (1) $(\exists x)A(x) \rightarrow B(x)$ 前提引入
(2) $A(y) \rightarrow B(y)$ US(1).
 - (1) $(\forall x)A(x) \rightarrow B(x)$ 前提引入
(2) $A(y) \rightarrow B(y)$ US(1).
 - (1) $(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$ 前提引入
(2) $A(y) \rightarrow B(x)$ ES(1).

5. 设 $A(x):x$ 是人, $B(x):x$ 是学生, 则命题“不是所有人都是学生”可符号化为()。

- A. $\neg(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$
- B. $\neg(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$
- C. $\neg(\exists x)(A(x) \wedge \neg B(x))$
- D. $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $B \cup (A - C)$ 等于_____。

7. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$, $C = \{3, 4\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle a, 3 \rangle, \langle b, 4 \rangle\}$, 则 $\text{Dom}(g \circ f)$ 等于_____。

8. 两个图同构的必要条件是_____。

9. 设 G 是连通平面图, v, e, r 分别表示 G 的结点数, 边数和面数, 则 v, e 和 r 满足的关系式_____。

10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3\}$, 则谓词公式 $(\forall x) A(x)$ 消去量词后的等值式为_____。

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分, 本题共 12 分)

11. 将语句“3 大于 2 或 1 加 1 等于 2”翻译成命题公式。

12. 将语句“如果明天下雪, 我们就去旅游。”翻译成命题公式。

得 分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分, 本题共 14 分)

判断下列各题正误, 并说明理由。

13. 若图 G 中存在汉密尔路, 则图 G 是一个汉密尔顿图。

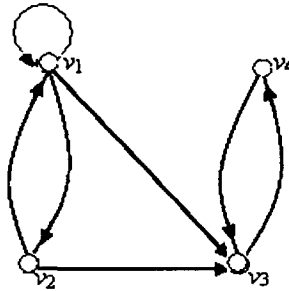
14. 无向图 G 是树当且仅当无向图 G 是连通图。

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x - y = 3\}$, $S = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x + y = 3\}$, 试求 $R, S, R \cdot S, R^{-1}, r(S), s(R)$.

16. 设有如图一所示的有向图 $G = \langle V, E \rangle$,



图一

(1) 试求出 G 的邻接矩阵 A .

(2) 已知 $A^3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 求 G 中 v_1 到 v_4 的长度为 3 的路径条数;

(3) 求 G 中 v_1 的长度为 3 的回路条数.

17. 求 $(P \vee Q) \rightarrow R$ 的析取范式与主合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设 A, B, C 均为任意集合, 试证明: $A - (B \cup C) = (A - B) - C$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2014年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. A 3. D 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{1,3,4,5\}$
7. $\{1,2\}$ 或 A
8. 结点数相等;边数相等;度数相同的结点数相等
9. $v-e+r=2$
10. $A(1) \wedge A(2) \wedge A(3)$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :3 大于 2, Q :1 加 1 等于 2. (2分)
则命题公式为: $P \vee Q$. (6分)
12. 设 P :明天下雪, Q :我们就去旅游. (2分)
则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)
反例:如图二中存在汉密尔路,但图 G 不是一个汉密尔顿图.



图二

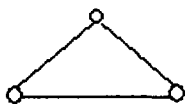
(7分)

(或:按定义有:若图 G 中存在汉密尔回路,则图 G 是一个汉密尔顿图.)

说明:举出符合条件的反例均给分.

14. 错误. (3分)

反例:如图三为连通图,但不是树.



(7分)

图三

(或:按定义有:无向图 G 是树当且仅当无向图 G 是无回路的连通图.)

说明:举出符合条件的反例均给分.

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. $R = \{ \langle 4, 1 \rangle, \langle 5, 2 \rangle \}$ (2分)

$S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$ (4分)

$R \cdot S = \{ \langle 4, 2 \rangle, \langle 5, 1 \rangle \}$ (6分)

$R^{-1} = \{ \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 5 \rangle \}$ (8分)

$r(S) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$ (10分)

$s(R) = \{ \langle 4, 1 \rangle, \langle 5, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 5 \rangle \}$. (12分)

说明:对于每一个求解项,如果基本求出了解,可以给对应 1 分.

16. G 的邻接矩阵为: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, (4分)

(2)由 A^3 中 a_{14} 可知, G 中 v_1 到 v_4 的长度为 3 的路径有 2 条; (8分)

(3)由 A^3 中 a_{11} 可知, G 中 v_1 的长度为 3 的回路有 3 条; (12分)

说明:如果没有求出矩阵乘积,而通过列举找出正确的路与回路数,也给相应分数.

17. $(P \vee Q) \rightarrow R$
 $\Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee R$ (2分)

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R$ 析取范式 (5分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$ (7分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R)$ (9分)

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P) \quad (10 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee P) \wedge (\neg Q \vee R \vee \neg P) \quad (11 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \quad \text{主合取范式} \quad (12 \text{ 分})$$

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

设 $S = A - (B \cup C)$, $T = (A - B) - C$,

若 $x \in S$, 则 $x \in A$ 且 $x \notin B \cup C$, 即 $x \in A$, 并且 $x \notin B$ 且 $x \notin C$, (2 分)

由 $x \in A$ 且 $x \notin B$, 得 $x \in A - B$, 又由 $x \notin C$ 得 $x \in (A - B) - C$, 即 $x \in T$, (3 分)

所以 $S \subseteq T$. (4 分)

反之, 若 $x \in T$, 则 $x \in (A - B)$ 且 $x \notin C$, (5 分)

由 $x \in (A - B)$, 得 $x \in A$ 且 $x \notin B$, 则得 $x \notin B \cup C$, (6 分)

即得 $x \in A$ 且 $x \notin B \cup C$, 即 $x \in S$,

所以 $T \subseteq S$. (7 分)

因此 $T = S$. (8 分)