

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年春季学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题

2014年7月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c (\alpha \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$.

12. 设 $y = 3^x + \cos e^x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正方的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年春季学期“开放专科”期末考试

微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2014年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B 2. C 3. D 4. A 5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 - 2$

7. $\frac{1}{2}$

8. 1

9. $\frac{1}{x}$

10. $y = ce^x$

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x+2} = -2$ 11分

12. 解: $y' = 3^x \ln 3 - \sin e^x \cdot e^x$ 9分

$dy = (3^x \ln 3 - e^x \sin e^x) dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = - \int e^{\frac{1}{x}} d\left(\frac{1}{x}\right) = -e^{\frac{1}{x}} + c$ 11分

14. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$ 11分

四、应用题(本题16分)

15. 解:设水箱的底边长为 x ,高为 h ,表面积为 S ,且有 $h = \frac{4}{x^2}$

所以 $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x}$

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令 $S'(x) = 0$, 得 $x = 2$,

10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x = 2, h = 1$ 时水箱的表面积最小.

此时的费用为 $S(2) \times 10 + 40 = 160$ (元)

16 分