试卷代号:1009 **座位号**

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期"开放本科"期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2015年1月

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
分 数							

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1.若集合 $A=\{b,c,d\}$,则下列表述正确的是( ).

A. $\{b,c,d\}\in A$ B. $A\subseteq\{c,d\}$

C. $\{b,c,d\}\subset A$ D. $\{b,c\}\subset A$

2.已知无向图 G 的邻接矩阵为 $\begin{bmatrix}0&1&1&0&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&1\\0&1&1&0&1\\0&0&1&1&0\end{bmatrix}$,则 G 有( ).

A. 6点,10边 B. 5点,12边

C. 6点,5边 D. 5点,6边

3.无向图 G 是个棵树,结点数为10,则 G 的边数是( ).

A. 9 B. 10

C. 11 D. 12

4.设 $A(x)$:x 是人,$B(x)$:x 是工人,则命题"有人是工人"可符号化为( ).

A. $(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$ B. $\neg(\forall x)(A(x)\rightarrow B(x))$

C. $(\exists x)(A(x)\wedge B(x))$ D. $\neg(\exists x)(A(x)\wedge\neg B(x))$

5.下面的推理正确的是( ).

A. (1) $(\forall x)F(x)\rightarrow G(x)$ 前提引入
(2) $F(y)\rightarrow G(y)$ $US(1)$.

B. (1) $(\forall x)(F(x)\rightarrow G(x))$ 前提引入
(2) $F(y)\rightarrow G(y)$ $US(1)$.

C. (1) $(\exists x)F(x)\rightarrow G(x)$ 前提引入
(2) $F(y)\rightarrow G(y)$ $US(1)$.

D. (1) $(\exists x)(F(x)\rightarrow G(x))$ 前提引入
(2) $F(y)\rightarrow G(x)$ $ES(1)$.

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设 $A=\{a,b,c\}$,$B=\{1,2,3\}$,作 $f:A\to B$,则不同的函数个数为________.

7. 任一无向图中,度数为奇数的结点的个数为________.

8. 设 G 是汉密尔顿图,S 是其结点集的一个子集,若 S 的元素个数为 6,则在 $G-S$ 中的连通分支数不超过________.

9. 设 G 是有 8 个结点的连通图,结点的度数之和为 28,则可从 G 中删去________条边后使之变成树.

10. 设个体域 $D=\{1,2\}$,则谓词公式 $(\forall x)P(x)\vee(\exists x)Q(x)$ 消去量词后的等值式为____.

得　分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句"小张和小李都可以完成这项工作"翻译成命题公式.

12. 将语句"a 是偶数当且仅当 a 能被 2 整除."翻译成命题公式.

得　分	评卷人

四、判断说明题(每小题 7 分,本题共 14 分)

判断下列各题正误,并说明理由.

13. 存在集合 A 与 B,使得 $A\in B$ 与 $A\subseteq B$ 同时成立.

14. 完全图 K_5 是平面图.

得　分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设 $A=\{2,3,6,12,24,36\}$,B 为 A 的子集,其中 $B=\{6,12\}$,R 是 A 上的整除关系,试:

(1)写出 R 的关系表达式;

(2)说明 R 为偏序关系;

(3)画出关系 R 的哈斯图;

(4)求出 B 的最大元素、极大元素、上确界.

16. 设图 $G=\langle V,E\rangle$,$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$,$E=\{(v_1,v_2),(v_1,v_3),(v_1,v_5),(v_2,v_3),(v_2,v_4),(v_2,v_5),(v_3,v_4),(v_3,v_5),(v_4,v_5)\}$,试;

(1)画出 G 的图形表示;

(2)写出其邻接矩阵;

(3)求出每个结点的度数;

(4)画出图 G 的补图的图形.

17. 求 $P\rightarrow(Q\wedge R)$的合取范式与主合取范式.

得　分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 对任意集合 A,B 和 C,若有 $C\neq\varnothing$,则有:$A\subseteq B$ 的充分必要条件是 $C\times A\subseteq C\times B$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2015年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1.D　　2.D　　3.A　　4.C　　5.B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6.27

7.偶数

8.6

9.7

10.$(P(1)\wedge P(2))\vee(Q(1)\vee Q(2))$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11.设 P:小张可以完成这项工作,Q:小李可以完成这项工作.　(2分)

则命题公式为:$P\wedge Q$.　(6分)

12.设 P:a 是偶数,Q:a 能被2整除.　(2分)

则命题公式为:$P\leftrightarrow Q$.　(6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13.正确.　(3分)

例:设 $A=\{a\}$,$B=\{a,\{a\}\}$　(5分)

则有 $A\in B$ 且 $A\subseteq B$.　(7分)

说明:举出符合条件的例均给分.

14.错误.　(3分)

完全图 K_5 是有5个结点10条边,因 $3\times5-6<10$,即 $e\leqslant 3v-6$ 对 K_5 不成立,　(5分)

故 K_5 不是平面图.　(7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15.(1)因为在集合 $A=\{2,3,6,12,24,36\}$ 中,集合 A 上的整除关系 R 为:

$R=\{<2,2>,<3,3>,<6,6>,<12,12>,<24,24>,<36,36>,<2,6>,<3,6>,$

$\langle 2,12\rangle,\langle 3,12\rangle,\langle 6,12\rangle,\langle 2,24\rangle,\langle 3,24\rangle,\langle 6,24\rangle,\langle 12,24\rangle,$

$\langle 2,36\rangle,\langle 3,36\rangle,\langle 6,36\rangle,\langle 12,36\rangle\}.$ （3 分）

(2)R 中的每个有序对的第一个元素都可以整除第二个元素，即 R 为整除关系. 每个数可以整除自身，则关系 R 是自反的；

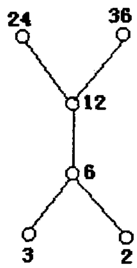
由 R 的元素可看出，若 $x\neq y$，当存在 $\langle x,y\rangle\in R$，就有 $\langle y,x\rangle\notin R$，则说明关系 R 是反对称的；

由 R 的元素可看出，若存在 $\langle x,y\rangle\in R$，$\langle y,z\rangle\in R$，就有 $\langle x,z\rangle\in R$，则说明关系 R 是传递的.

所以 A 上的整除关系 R 为偏序关系. （6 分）

（说明：只要指出了 R 的自反性、反对称、传递性，即可给分）

(3)关系 R 的哈斯图如图一所示：

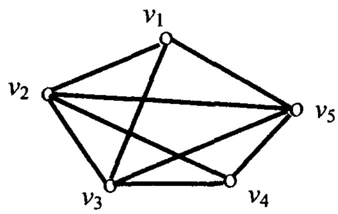


（9 分）

图一

(4)集合 B 的最大元素 12、极大元素 12、上确界为 12 （12 分）

16.(1)关系图如图二所示：



（3 分）

图二

(2)邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$ （6 分）

(3)$\deg(v_1)=3$

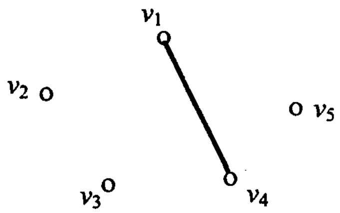
$\deg(v_2)=4$

$\deg(v_3)=4$

$\deg(v_4)=3$

$\deg(v_5)=4$ (9 分)

(4)补图如图三所示：



(12 分)

图三

17. $P\to(Q\wedge R)$

$\Leftrightarrow\neg P\vee(Q\wedge R)$ (2 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)$　合取范式 (5 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\vee(R\wedge\neg R)\wedge(\neg P\vee R)$ (7 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\vee(R\wedge\neg R)\wedge(\neg P\vee R)\vee(Q\wedge\neg Q)$ (9 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee R\vee Q)\wedge(\neg P\vee R\vee\neg Q)$ (11 分)

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$　主合取范式 (12 分)

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明：

已知 $C\neq\varnothing$，即存在 $c\in C$，

设 $A\subseteq B$，则对任意 $\langle c,a\rangle\in C\times A$，有 $c\in C,a\in A$， (1 分)

可得 $c\in C,a\in B$， (2 分)

即有 $\langle c,a\rangle\in C\times B$， (3 分)

所以 $C\times A\subseteq C\times B$. (4 分)

再设 $C\times A\subseteq C\times B$，

则对任意 $a\in A$，由 $\langle c,a\rangle\in C\times A$ 可得 $\langle c,a\rangle\in C\times B$， (5 分)

即有 $c\in C,a\in B$， (6 分)

所以 $A\subseteq B$， (7 分)

得证. (8 分)