

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放专科”期末考试

### 微积分初步 试题

2015年1月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

#### 附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

- 函数  $f(x) = x \frac{10^x - 10^{-x}}{2}$  的图形是关于( )对称.
  - $y = x$
  - $x$  轴
  - $y$  轴
  - 坐标原点
- 当  $k = ( )$  时,函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + k, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续.
  - 0
  - 1
  - 2
  - 1
- 下列结论中( )不正确.
  - $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续,则一定在  $x_0$  处不可导
  - 若  $f(x)$  在  $[a, b]$  内恒有  $f'(x) < 0$ ,则在  $[a, b]$  内  $f(x)$  是单调下降的
  - 可导函数的极值点一定发生在其驻点上
  - $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续,则一定在  $x_0$  处可微
- 下列等式成立的是( ).
  - $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$
  - $\int f'(x) dx = f(x)$
  - $\int df(x) = f(x)$
  - $d \int f(x) dx = f(x) + c$
- 微分方程  $y' = y$  的通解为( ).
  - $y = e^x$
  - $y = ce^{-x}$
  - $y = ce^x$
  - $y = e^x + c$

得分	评卷人

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

- 函数  $f(x+1) = x^2 + 2x - 3$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 曲线  $f(x) = \sqrt{x} + 1$  在  $(1, 2)$  点的斜率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $\int f(x) dx = x \ln x + c$ , 则  $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 微分方程  $xy''' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$  的阶数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 8}$ .

12. 设  $y = e^{\sin x} + \frac{1}{x}$ , 求  $dy$ .

13. 计算不定积分  $\int (2x - 1)^{10} dx$ .

14. 计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ .

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为  $4\text{m}^3$  的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放专科”期末考试

## 微积分初步 试题答案及评分标准

(供参考)

2015年1月

### 一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C                  2. B                  3. D                  4. A                  5. C

### 二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6.  $x^2 - 4$

7. 5

8.  $\frac{1}{2}$

9.  $\frac{1}{x}$

10. 3

### 三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-4} = -2$  11分

12. 解:  $y' = e^{\sin x} \cdot \cos x - \frac{1}{x^2}$  9分

$dy = (\cos x e^{\sin x} - \frac{1}{x^2}) dx$  11分

13. 解:  $\int (2x-1)^{10} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{10} d(2x-1) = \frac{1}{22} (2x-1)^{11} + c$  11分

14. 解:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$  11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设水箱的底边长为  $x$ , 高为  $h$ , 表面积为  $S$ , 且有  $h = \frac{4}{x^2}$

所以  $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x}$ ,

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令  $S'(x) = 0$ , 得  $x = 2$ ,

10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当  $x = 2, h = 1$  时水箱的表面积最小, 即总费用最低.

此时的费用为  $S(2) \times 10 + 40 = 160$ (元)

16 分