

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2016年1月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

- 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 则下列表述正确的是().
 - $\{1, 2\} \in A$
 - $\{1, 2, 3\} \subseteq A$
 - $\{1, 2, 3\} \supset A$
 - $\{1, 2, 3\} \in A$
- 已知无向图 G 的结点度数之和为 10, 则 G 的边数为().
 - 10
 - 20
 - 30
 - 5
- 无向图 G 是棵树, 结点数为 10, 则 G 的边数是().
 - 5
 - 10
 - 9
 - 12
- 设 $A(x):x$ 是人, $B(x):x$ 是学生, 则命题“有的人是学生”可符号化为().
 - $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$
 - $\neg(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$
 - $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$
 - $\neg(\exists x)(A(x) \wedge \neg B(x))$
- 下面的推理正确的是().
 - $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入
 - $F(y) \rightarrow G(y)$ ES(1).
 - $(\forall x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入
 - $F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).
 - $(\exists x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入
 - $F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).
 - $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入
 - $F(y) \rightarrow G(x)$ ES(1).

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设 $A=\{1,2\}, B=\{a,b,c\}$, 则 $A \times B$ 的元素个数为_____.
7. 有 n 个结点的无向完全图的边数为_____.
8. 设无向图 G 中存在欧拉路, 则 G 的奇数度数的结点数为_____.
9. 设 G 是有 10 个结点的连通图, 边数为 20, 则可从 G 中删去_____条边后使之变成树.
10. 设个体域 $D=\{1,2,3,4\}$, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为_____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“小明是个学生.”翻译成命题公式.
12. 将语句“他上午去教室上课,下午去体育馆参加比赛.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

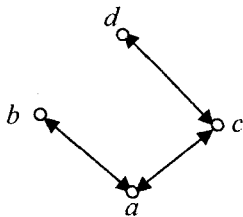
四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 存在集合 A 与 B , 可以使得 $A \in B$ 与 $A \subseteq B$ 同时成立.
14. 完全图 K_4 不是平面图.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设关系 R 的关系图如下, 试



- (1) 写出 R 的关系表达式;
- (2) 判断 R 是否为等价关系, 并说明理由.

16. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_2, v_4)\}$, 试

- (1) 画出 G 的图形表示;
- (2) 写出其邻接矩阵;
- (3) 求出每个结点的度数;
- (4) 画出图 G 的补图的图形.

17. 求 $\neg P \vee (Q \wedge R)$ 的合取范式与主合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 对任意集合 A, B 和 C , 试证明 $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2016年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. D 3. C 4. C 5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

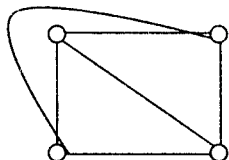
6. 6
7. $n(n-1)/2$
8. 两个或零个(注:答“两个”也给3分)
9. 11
10. $A(1) \wedge A(2) \wedge A(3) \wedge A(4)$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :小明是个学生. (2分)
 则命题公式为: P . (6分)
12. 设 P :他上午去教室上课,
 Q :他下午去体育馆参加比赛. (2分)
 则命题公式为: $P \wedge Q$ (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 正确. (3分)
 例:设 $A = \{a\}, B = \{a, \{a\}\}$ (5分)
 则有 $A \in B$ 且 $A \subseteq B$. (7分)
 说明:举出符合条件的实例均给分.
14. 错误. (3分)
 完全图 K_4 是平面图, (5分)
 如 K_4 可以如下图所示嵌入平面. (7分)



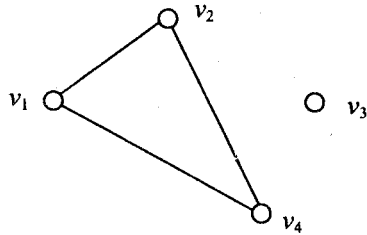
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 解:(1) $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle \}$. (4 分)

(2)不是等价关系 (8 分)

因为该关系不满足自反性(或答:不满足传递性) (12 分)

16. 解:(1)关系图



(3 分)

(2)邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 2$

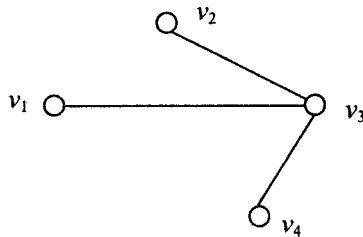
$\deg(v_2) = 2$

$\deg(v_3) = 0$

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4)补图



(12 分)

17. 解: $\neg P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$ 合取范式 (2 分)

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (\neg P \vee R)$ (5 分)

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R)) \wedge ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q))$ (7 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q)$ (10 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$ 主合取范式 (12 分)

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明: 设 $S=A \times (B \cup C)$, $T=(A \times B) \cup (A \times C)$,

若 $\langle x, y \rangle \in S$, 则有 $x \in A$ 且 $y \in (B \cup C)$, 即 $x \in A$ 且 $y \in B$ 或 $y \in C$, (1 分)

即有 $x \in A$ 且 $y \in B$, 或 $x \in A$ 且 $y \in C$, (2 分)

可得 $\langle x, y \rangle \in (A \times B)$, 或 $\langle x, y \rangle \in (A \times C)$, (3 分)

则有 $\langle x, y \rangle \in (A \times B) \cup (A \times C)$, 即 $\langle x, y \rangle \in T$, (4 分)

所以 $S \subseteq T$. (5 分)

反之, 若 $\langle x, y \rangle \in T$, 则有 $\langle x, y \rangle \in (A \times B)$, 或 $\langle x, y \rangle \in (A \times C)$,

则有 $x \in A$ 且 $y \in B$, 或 $x \in A$ 且 $y \in C$, 即有 $x \in A$ 且 $y \in B$ 或 $y \in C$, (6 分)

则有 $x \in A$ 且 $y \in (B \cup C)$, 即有 $\langle x, y \rangle \in S$,

所以 $T \subseteq S$. (7 分)

得证 $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. (8 分)