

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2016年7月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

- 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, 则下列表述正确的是().
 - $A = B$
 - $B \subset A$
 - $B \neq A$
 - $B \subseteq A$
- 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid 2x = y\}$, 则 $R =$ ().
 - $\{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 5 \rangle\}$
 - $\{\langle 2, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 6, 5 \rangle\}$
 - $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
 - $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$
- 无向图 G 是棵树, 边数是 10, 则 G 的结点度数之和是().
 - 20
 - 9
 - 10
 - 11
- 下面的推理正确的是().
 - $(1) (\forall x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入
 $(2) F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).
 - $(1) (\exists x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入
 $(2) F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).
 - $(1) (\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入
 $(2) F(y) \rightarrow G(x)$ ES(1).
 - $(1) (\forall x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入
 $(2) F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).

5. 设个体域为整数集,则公式 $\forall x \exists y(x+y=2)$ 的解释可为().

- A. 任一整数 x ,对任意整数 y 满足 $x+y=2$
- B. 对任一整数 x ,存在整数 y 满足 $x+y=2$
- C. 存在一整数 x ,对任意整数 y 满足 $x+y=2$
- D. 存在一整数 x ,有整数 y 满足 $x+y=2$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{1,2,3\}, B = \{2,3,4\}, C = \{3,4,5\}$,则 $B \cup (A - C)$ 等于 _____.

7. 设 $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{3,4\}$,从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle\}$,从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle 2,3 \rangle, \langle 3,4 \rangle\}$,则 $\text{Ran}(g \circ f)$ 等于 _____.

8. 两个图同构的必要条件包括结点数相等、边数相等与 _____.

9. 设 G 是连通平面图, v, e, r 分别表示 G 的结点数,边数和面数, v 值为 5, e 值为 4 则 r 的值为 _____.

10. 设个体域 $D = \{1,2,3,4\}$,则谓词公式 $(\exists x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 _____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“昨天下雨,今天仍然下雨.”翻译成命题公式.

12. 将语句“若不下雨,我们就去参加比赛.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 若图 G 是一个欧拉图,则图 G 中存在欧拉路.

14. 无向图 G 的结点数比边数多 1,则 G 是树.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系:

$$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}, S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\},$$

试计算(1) $R \cdot S$; (2) R^{-1} ; (3) $r(R \cap S)$.

16. 图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中 $V = \{a, b, c, d\}$, $E = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$, 对应边的权值依次为 1, 1, 5, 2, 3 及 4, 请画出 G 的图形、写出 G 的邻接矩阵并求出 G 权最小的生成树及其权值.

17. 求 $\neg(P \vee Q) \vee R$ 的析取范式与主合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设 A, B, C 均为任意集合, 试证明: $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2016年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. D 3. A 4. D 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

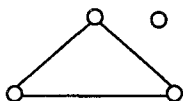
6. $\{1,2,3,4\}$
7. $\{3,4\}$
8. 度数相同的结点数相等
9. 1
10. $A(1) \vee A(2) \vee A(3) \vee A(4)$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :昨天下雨, Q :今天下雨. (2分)
 则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)
12. 设 P :下雨, Q :我们去参加比赛. (2分)
 则命题公式为: $\neg P \rightarrow Q$. (或 $\neg Q \rightarrow P$) (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 正确. (3分)
 因为若图 G 是一个欧拉图,则图中存在欧拉回路. (5分)
 按定义知,欧拉回路也是欧拉路. (7分)
14. 错误. (3分)
 反例:如图 G 的结点数比边数多1,但不是树.



(或:按定义有:无向图 G 是树当且仅当无向图 G 是连通图且边数比结点数少1.) (7分)
说明:举出符合条件的反例均给分.

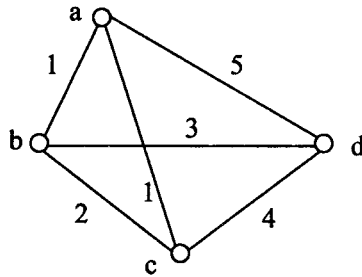
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 解:(1) $R \cdot S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$; (4分)

(2) $R^{-1} = \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$; (8分)

(3) $r(R \cap S) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$ (12分)

16. 解: G 的图形表示为:



(3分)

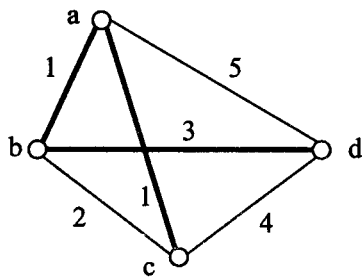
邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6分)

粗线表示的图是最小生成树, 权为 5:

(9分)



(12分)

17. 解: $\neg(P \vee Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R$ 析取范式 (5分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$ (7分)

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge (\neg Q \vee R)$ (9分)

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((\neg Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P))$ (10分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee P) \wedge (\neg Q \vee R \vee \neg P)$ (11分)

$\Leftrightarrow (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$ 主合取范式 (12分)

六、证明题(本题共8分)

18. 证明:

设 $S=A \cap (B-C), T=(A \cap B)-(A \cap C)$,

若 $x \in S$, 则 $x \in A$ 且 $x \in B-C$, 即 $x \in A$, 并且 $x \in B$ 且 $x \notin C$, (2分)

所以 $x \in (A \cap B)$ 且 $x \notin (A \cap C)$, 得 $x \in T$, (3分)

所以 $S \subseteq T$. (4分)

反之, 若 $x \in T$, 则 $x \in (A \cap B)$ 且 $x \notin (A \cap C)$, (5分)

即 $x \in A, x \in B$, 且 $x \notin C$, 则得 $x \in B-C$, (6分)

即得 $x \in A \cap (B-C)$, 即 $x \in S$, 所以 $T \subseteq S$. (7分)

因此 $T=S$. (8分)

另, 可以用恒等式替换的方法证明.