

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

**离散数学(本) 试题(半开卷)**

2017年1月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 若集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则下列表述不正确的是( ).
 

A.  $\{2, 3\} \in A$

B.  $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$

C.  $\{1, 2, 3, 4\} \subseteq A$

D.  $1 \in A$
2. 若无向图  $G$  的结点度数之和为 20, 则  $G$  的边数为( ).
 

A. 10

B. 20

C. 30

D. 5
3. 无向图  $G$  是棵树, 结点数为 10, 则  $G$  的边数为( ).
 

A. 5

B. 10

C. 9

D. 11
4. 设  $A(x): x$  是人,  $B(x): x$  是学生, 则命题“有的人是学生”可符号化为( ).
 

A.  $\neg(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$

B.  $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$

C.  $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$

D.  $\neg(\exists x)(A(x) \wedge \neg B(x))$

5. 下面的推理正确的是( ).

- A. (1)  $(\forall x)F(x) \rightarrow G(x)$       前提引入  
       (2)  $F(y) \rightarrow G(y)$             US(1).
- B. (1)  $(\exists x)F(x) \rightarrow G(x)$       前提引入  
       (2)  $F(y) \rightarrow G(y)$             US(1).
- C. (1)  $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$     前提引入  
       (2)  $F(y) \rightarrow G(x)$             ES(1).
- D. (1)  $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$     前提引入  
       (2)  $F(y) \rightarrow G(y)$             ES(1).

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设  $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$ , 则  $A$  到  $B$  上不同的函数个数为\_\_\_\_\_.
7. 有  $n$  个结点的无向完全图的边数为\_\_\_\_\_.
8. 若无向图  $G$  中存在欧拉路但不存在欧拉回路, 则  $G$  的奇数度数的结点有\_\_\_\_\_个.
9. 设  $G$  是有 10 个结点的无向连通图, 结点的度数之和为 30, 则从  $G$  中删去\_\_\_\_\_条边后使之变成树.
10. 设个体域  $D = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则谓词公式  $(\exists x)A(x)$  消去量词后的等值式为\_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“昨天下雨”翻译成命题公式.
12. 将语句“小王今天上午或者去看电影或者去打球”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

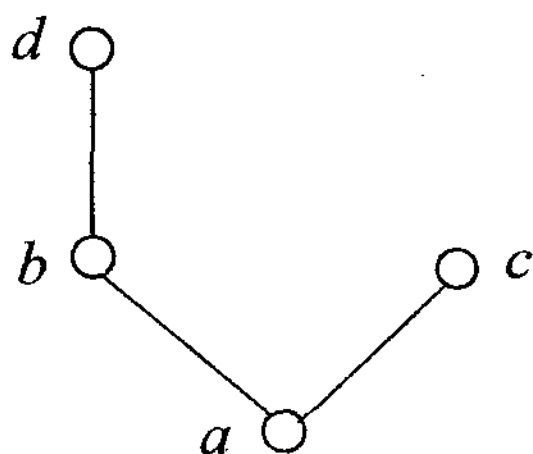
四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 存在集合  $A$  与  $B$ , 使得  $A \in B$  与  $A \subseteq B$  同时成立.
14. 完全图  $K_4$  是平面图.

得分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设偏序集  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图如下,  $B$  为  $A$  的子集, 其中  $B = \{b, c\}$ , 试



- (1) 写出  $R$  的关系表达式;
- (2) 画出关系  $R$  的关系图;
- (3) 求出  $B$  的最大元、极大元、上界.

16. 设图  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_3, v_5)\}$ , 试

- (1) 画出  $G$  的图形表示;
- (2) 写出其邻接矩阵;
- (3) 求出每个结点的度数;
- (4) 画出图  $G$  的补图的图形.

17. 求  $P \rightarrow (Q \wedge R)$  的合取范式与主合取范式.

得分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设  $A, B$  是任意集合, 试证明: 若  $A \times A = B \times B$ , 则  $A = B$ .

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. A                      2. A                      3. C                      4. B                      5. D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 9

7.  $n(n-1)/2$ (或  $C_n^2$ )

8. 2

9. 6

10.  $A(1) \vee A(2) \vee A(3) \vee A(4)$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设  $P$ : 昨天下雨. (2分)

则命题公式为:  $P$ . (6分)

12. 设  $P$ : 小王今天上午去看电影

$Q$ : 小王今天上午去打球 (2分)

则命题公式为:  $\neg(P \leftrightarrow Q)$ .

或者  $(\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$  (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 正确. (3分)

例: 设  $A = \{a\}, B = \{a, \{a\}\}$  (5分)

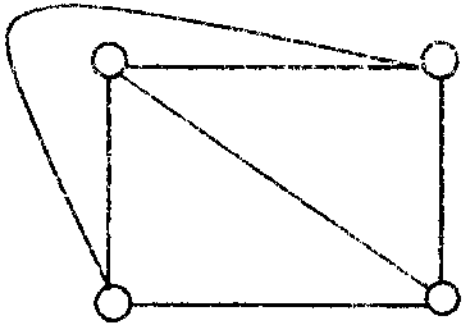
则有  $A \in B$  且  $A \subseteq B$ . (7分)

说明: 举出符合条件的例均给分.

14. 正确. (3分)

完全图  $K_4$  是平面图, (5分)

如  $K_4$  可以如下图所示嵌入平面。



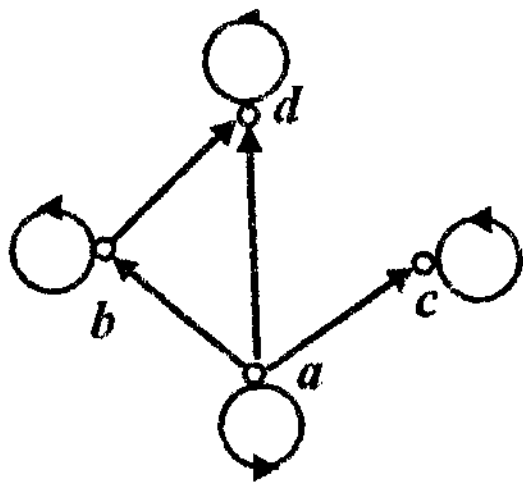
(7 分)

五、计算题(每小题 12 分, 本题共 36 分)

15. (1)  $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, d \rangle \}$ .

(4 分)

(2) 关系图



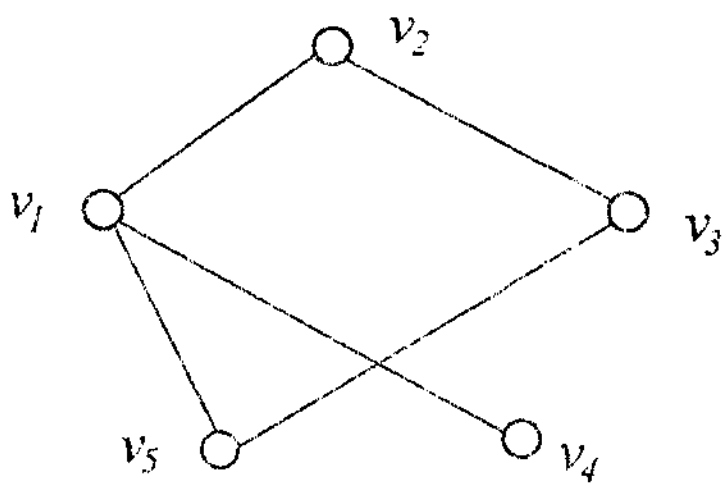
(8 分)

(3) 集合  $B$  无最大元, 极大元为  $b$  与  $c$ , 无上界.

(12 分)

16. 解:

(1) 关系图



(3 分)

(2) 邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3)  $\deg(v_1) = 3$

$\deg(v_2) = 2$

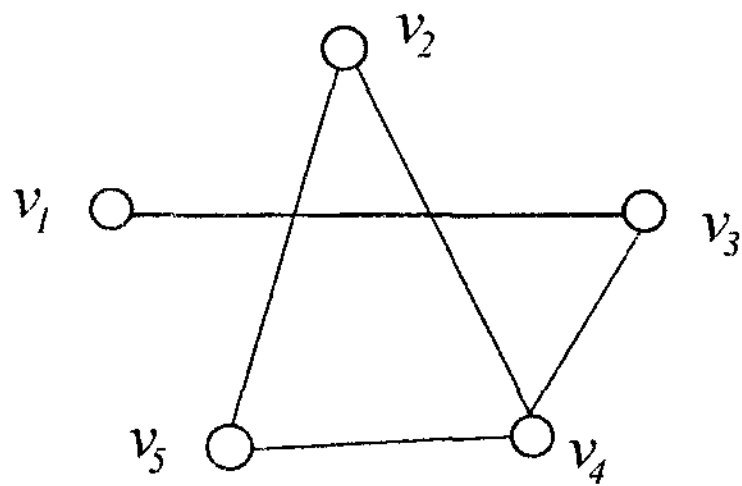
$\deg(v_3) = 2$

$\deg(v_4) = 1$

$\deg(v_5) = 2$

(9 分)

(4) 补图



(12 分)

17.  $P \rightarrow (Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge R)$

(2 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$  合取范式

(5 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R)$

(7 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)$

(9 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q)$

(11 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$  主合取范式

(12 分)

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

设  $x \in A$ , 则  $\langle x, x \rangle \in A \times A$ , (1 分)

因  $A \times A = B \times B$ , 故  $\langle x, x \rangle \in B \times B$ , 则有  $x \in B$ , (3 分)

因此  $A \subseteq B$ . (5 分)

设  $x \in B$ , 则  $\langle x, x \rangle \in B \times B$ , (6 分)

因  $A \times A = B \times B$ , 故  $\langle x, x \rangle \in A \times A$ , 则有  $x \in A$ , 因此  $B \subseteq A$ . (7 分)

故得  $A = B$ . (8 分)